



Rodrigo Fernandes Moraes

## **Investigação Paramétrica do Efeito da Transferência de Momentos na Resistência à Punção de Ligações Laje-Pilar Internas de Concreto Armado**

### **DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

Instituto de Tecnologia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Dissertação orientada pelo Prof. Dr. Maurício de Pina Ferreira

Belém – Pará – Brasil

2025

Universidade Federal do Pará  
Instituto de Tecnologia  
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



**Rodrigo Fernandes Moraes**

**Investigação Paramétrica do Efeito da Transferência de Momentos na Resistência à Punção de Ligações Laje-Pilar Internas de Concreto Armado**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Maurício de Pina Ferreira

Belém, 24 de Junho de 2025

# INVESTIGAÇÃO PARAMÉTRICA DO EFEITO DA TRANSFERÊNCIA DE MOMENTOS NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO DE LIGAÇÕES LAJE-PILAR INTERNAS DE CONCRETO ARMADO

AUTOR:

**RODRIGO FERNANDES MORAES**

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL DO INSTITUTO DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, COMO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL NA ÁREA DE ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

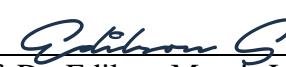
APROVADO EM: 20 / 06 / 2025.

BANCA EXAMINADORA:

  
Prof. Dr. Maurício de Pina Ferreira  
Orientador (UFPA)

  
Profa. Dra. Marília Gonçalves Marques  
Membro Externo (UFV)

  
Prof. Dr. Rafael Andrés Sanabria Díaz  
Membro Externo (TNO/TU Delf)

  
Prof. Dr. Edilson Morais Lima e Silva  
Membro Interno (UFPA)

Visto:

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira  
Coordenador do PPGEC / ITEC / UFPA



Scaneie a imagem para verificar a autenticidade do documento  
Hash SHA256 do PDF original a29319dadc06c03fab05d7b4868712a38d8137d0894d0ac679abf6788900950a  
<https://valida.ae/aad2202c81319ebba16a9cac49212b6a62c1a17b4aa6a767a>



## Página de assinaturas

**Mauricio Ferreira**

691.601.122-04

Signatário

**Marília Marques**

084.861.836-00

Signatário

**Rafael Díaz**

238.534.618-40

Signatário

**Edilson Silva**

791.606.622-04

Signatário

## HISTÓRICO

- 25 jun 2025  **Rodrigo Fernandes Moraes** criou este documento. ( Email: rfernandesmoraes2015@gmail.com, CPF: 008.785.442-24 ) 10:23:26
- 25 jun 2025  **Rodrigo Fernandes Moraes** (Email: rfernandesmoraes2015@gmail.com, CPF: 008.785.442-24) visualizou este documento por meio do IP 200.239.106.14 localizado em Belém - Pará - Brazil 10:23:27
- 25 jun 2025  **Mauricio De Pina Ferreira** (Email: mpinaf@gmail.com, CPF: 691.601.122-04) visualizou este documento por meio do IP 200.239.106.19 localizado em Belém - Pará - Brazil 10:50:38
- 25 jun 2025  **Mauricio De Pina Ferreira** (Email: mpinaf@gmail.com, CPF: 691.601.122-04) assinou este documento por meio do IP 200.239.106.19 localizado em Belém - Pará - Brazil 10:50:38
- 25 jun 2025  **Rafael Andrés Sanabria Díaz** (Email: r.a.sanabriadiaz@gmail.com, CPF: 238.534.618-40) visualizou este documento por meio do IP 83.83.68.113 localizado em Delft - South Holland - The Netherlands 16:45:12
- 25 jun 2025  **Rafael Andrés Sanabria Díaz** (Email: r.a.sanabriadiaz@gmail.com, CPF: 238.534.618-40) assinou este documento por meio do IP 83.83.68.113 localizado em Delft - South Holland - The Netherlands 16:45:12
- 25 jun 2025  **Marília Gonçalves Marques** (Email: marilia.marques@ufv.br, CPF: 084.861.836-00) visualizou este documento por meio do IP 200.18.151.254 localizado em Campina Grande - Paraíba - Brazil 15:18:36
- 25 jun 2025  **Marília Gonçalves Marques** (Email: marilia.marques@ufv.br, CPF: 084.861.836-00) assinou este documento por meio do IP 200.18.151.254 localizado em Campina Grande - Paraíba - Brazil 15:18:36



Escaneie a imagem para verificar a autenticidade do documento

Hash SHA256 do PDF original a29319dadc06c03fab05d7b4868712a38d8137d0894d0ac679abf6788900950a

<https://valida.ae/aad2202c81319ebba16a9cac49212b6a62c1a17b4aa6a767a>

**27 jun 2025**

14:04:56

**Edilson Moraes Lima e Silva** (Email: [edilson\\_moraes@ufpa.br](mailto:edilson_moraes@ufpa.br), CPF: 791.606.622-04) visualizou este documento por meio do IP 45.235.220.245 localizado em Ananindeua - Pará - Brazil**27 jun 2025**

14:05:23

**Edilson Moraes Lima e Silva** (Email: [edilson\\_moraes@ufpa.br](mailto:edilson_moraes@ufpa.br), CPF: 791.606.622-04) assinou este documento por meio do IP 45.235.220.245 localizado em Ananindeua - Pará - Brazil

Escaneie a imagem para verificar a autenticidade do documento

Hash SHA256 do PDF original a29319dadc06c03fab05d7b4868712a38d8137d0894d0ac679abf6788900950a

<https://valida.ae/aad2202c81319ebba16a9cac49212b6a62c1a17b4aa6a767a>

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará**  
**Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

---

M827i Moraes, Rodrigo Fernandes.

Investigação paramétrica do efeito da transferência de momentos na resistência à punção de ligações laje-pilar internas de concreto armado / Rodrigo Fernandes Moraes, . — 2025.  
xxvii, 160 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Maurício de Pina Ferreira  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará,  
Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, 2025.

1. Concreto armado. 2. Ligação laje-pilar. 3. Investigação paramétrica. 4. Resistência à Punção. 5. Momento desbalanceado. I. Título.

CDD 624

---

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho a todos os que me ajudaram ao longo dessa caminha.

[...] That's my way and I go  
Esse é meu caminho e nele eu vou!  
Eu gosto de pensar que a luz do Sol vai  
iluminar o meu amanhecer  
Mas se na manhã o Sol não surgir  
Por trás das nuvens cinzas tudo vai mudar  
A chuva passará e o tempo vai abrir  
A luz de um novo dia sempre vai estar [...]

[...] Pra clarear você  
Pra iluminar você  
Pra proteger  
Pra inspirar e alimentar você.

*Edivaldo Pereira Alves*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pois foi ele que me sustentou até aqui, em cada obstáculo era nele que encontrava força e coragem para seguir em frente. Aos meus familiares, em especial meus pais, Suely Moraes e Raimundo Moraes, por todo amor, confiança e apoio, sendo sempre a minha base. Um agradecimento especial ao meu orientador e amigo Maurício de Pina Ferreira, que da graduação à pós oportunizou diversas experiências durante toda trajetória, tendo grande impacto no meu crescimento profissional e pessoal. A todos os amigos do grupo de pesquisa NUMEA, Iana Damasceno, Mayara Costa, Jedson Abrantes, Frederico Maués, Manoel Mangabeira, João Soares, Arlene Alves, Karoline Dantas, Thayná Bittencourt, Erick Rocha, Rafaela Novaes e Lucas Benjamin pelo apoio e troca de conhecimentos. A minha amada parceira Layse Lima, pelo companheirismo e incentivo durante esta jornada. Por fim, a CAPES pelo apoio financeiro.

## Resumo

As lajes lisas de concreto armado são estruturas laminares horizontais que se apoiam diretamente em pilares, concentrando elevadas tensões de cisalhamento na região de ligação laje-pilar, possibilitando a ocorrência da ruptura por punção. Em projetos de edifícios, é comum a ocorrência de variações nos vãos e nos carregamentos da estrutura, o que provoca a transferência de momentos desbalanceados na ligação laje-pilar, reduzindo significativamente a resistência à punção das lajes. Contudo, normas como ACI 318 (2019) e ABNT NBR 6118 (2023) são baseadas em formulações empíricas obtidas a partir de ensaios experimentais, em sua grande maioria de ligações internas carregadas concentricamente, podendo apresentar maior imprecisão para casos com momento desbalanceado, devido a complexa distribuição dos esforços internos provocada. Nesse sentido, modelagens computacionais não lineares contribuem com resultados que permitem compreender o comportamento desses elementos, além de ser uma forma econômica de complementar os bancos de dados experimentais existentes. Com isso, este trabalho buscou apresentar uma metodologia para modelagem numérica não linear, utilizando o *software* ATENA, de espécimes de ligação laje-pilar de concreto armado submetido à momento desbalanceado ensaiado experimentalmente por KRUGER (1999). Validando os modelos computacionais, ao obter resultados próximos aos resultados experimentais, com erro médio de 0,04% para a carga e 8,9% para o deslocamento, além de aproximações no padrão de fissuração. A partir dessa validação, é realizado um estudo paramétrico com base nesses modelos computacionais, variando a excentricidade de carregamento ( $e$ ), a resistência a compressão do concreto ( $f_c$ ), e a taxa de armadura de flexão ( $\rho$ ), verificando que essas alterações afetam a resistência à punção e o comportamento das lajes, devido a redistribuição de esforços provocadas pela excentricidade. Ainda foi complementado o banco de dados experimentais com os resultados obtidos nesse trabalho, comparando esses com as previsões teóricas de resistência à punção de ligações laje-pilar com transferência de momento, para as normas ACI 318 (2019) e ABNT NBR 6118 (2023). Dessa forma, a norma brasileira apresenta resultados mais precisos para a previsão de resistência à punção, porém, as duas normas apresentaram resultados inseguros para lajes com baixas taxas de armadura de flexão e com concretos de alta resistência.

**Palavra-chave:** Concreto armado; Ligação laje-pilar; Investigação paramétrica; Resistência à Punção; Momento desbalanceado.

## Abstract

Reinforced concrete flat slabs are horizontal laminar structures that rest directly on columns, concentrating high shear stresses in the slab-column connection region, allowing for punching shear failure. In building projects, variations in spans and structural loads are common, which causes the transfer of unbalanced moments in the slab-column connection, significantly reducing the punching shear strength of the slabs. However, standards such as ACI 318 (2019) and ABNT NBR 6118 (2023) are based on empirical formulations obtained from experimental tests, mostly involving concentrically loaded internal connections, and may present greater inaccuracy in cases with unbalanced moments, due to the complex distribution of internal forces caused. In this sense, nonlinear computational modeling contributes with results that allow us to understand the behavior of these elements, in addition to being an economical way to complement existing experimental databases. Therefore, this work sought to present a methodology for nonlinear numerical modeling, using the ATENA software, of reinforced concrete slab-column connection specimens subjected to unbalanced moment experimentally tested by KRUGER (1999). Validating the computational models, by obtaining results close to the experimental results, with an average error of 0.04% for the load and 8.9% for the displacement, in addition to approximations in the cracking pattern. From this validation, a parametric study is carried out based on these computational models, varying the loading eccentricity ( $e$ ), the concrete compressive strength ( $f_c$ ), and the flexural reinforcement ratio ( $\rho$ ), verifying that these changes affect the punching resistance and the behavior of the slabs, due to the redistribution of forces caused by the eccentricity. The experimental database was also complemented with the results obtained in this work, comparing them with the theoretical predictions of punching resistance of slab-column connections with moment transfer, for the ACI 318 (2019) and ABNT NBR 6118 (2023) standards. Thus, the Brazilian standard presents more accurate results for the prediction of punching resistance, however, both standards presented unsafe results for slabs with low flexural reinforcement ratios and with high-strength concrete.

**Keywords:** Reinforced concrete; Column-slab connection; Parametric investigation; Resistance Punching shear; Unbalanced moments.

## Lista de Figuras

Figura 1.1 – Modo de ruptura por punção em ligações laje-pilar .....	2
Figura 1.2 – Acidentes estruturais por punção. ....	3
Figura 2.1 – Padrão de fissuração na face tracionada da ligação laje-pilar.....	8
Figura 2.2 – Diferentes tipos de fissuras de punção em ligações laje-pilar.....	9
Figura 2.3 – Modos de ruptura por punção em ligações laje-pilar .....	10
Figura 2.4 – Punção simétrica .....	10
Figura 2.5 – Distribuição das tensões de cisalhamento para lajes com $L_x = L_y$ e relação $c_{\max}/c_{\min} = 1$ (adaptado de Sagaseta <i>et al.</i> , 2014).....	11
Figura 2.6 – Fissuração na superfície tracionada conforme o aumento do carregamento (Guadalini, 2005).....	12
Figura 2.7 – Punção assimétrica .....	12
Figura 2.8 – Distribuição das tensões de cisalhamento para lajes com $L_x < L_y$ e variações na relação $c_{\max}/c_{\min}$ (adaptado de Sagaseta <i>et al.</i> , 2014).....	13
Figura 2.9 – Padrão de fissuras da laje AM02.....	13
Figura 2.10 – Possíveis casos de punção excêntrica .....	14
Figura 2.11 – Distribuição das tensões de cisalhamento para lajes com diferentes excentricidades (Adaptado de Anis, 1970).....	15
Figura 2.12 – Fissuração do espécime PP16B.....	16
Figura 2.13 – Transferência de esforços entre laje e pilar.....	16
Figura 2.14 – Resultados computacionais de fissuração na ruptura por punção excêntrica de lajes lisas obtidos por (Setiawan <i>et al.</i> , 2019). .....	22
Figura 2.15 – Resultados da contribuição de cada mecanismo de resistência da ligação laje-pilar obtidos por Setiawan <i>et al.</i> (2019). .....	23
Figura 2.16 – Sistema de ensaio utilizado por Diao <i>et al.</i> (2021). .....	24
Figura 2.17 – Resultados do diagrama de interação da força cortante e do momento desbalanceado obtidos por Diao <i>et al.</i> (2021). .....	26
Figura 2.18 – Geometria e detalhamento das armaduras das lajes LS05 e LS06.....	27
Figura 2.19 – Sistema de ensaio utilizado por Ferreira <i>et al.</i> (2019). .....	27
Figura 2.20 – Condições de contorno do modelo computacional da laje LS05 aplicado por Mendes <i>et al.</i> (2024).....	28
Figura 2.21 – Perímetro crítico localizado a $d/2$ em relação a face do pilar interno .....	30

Figura 2.22 – Tensões solicitantes no perímetro crítico de ligações laje-pilar internas .....	31
Figura 2.23 – Perímetro crítico em pilares internos .....	33
Figura 2.24 – Dedução da tensão solicitante máxima em ligações laje-pilar internas .....	34
Figura 3.1 – Detalhamento das armaduras dos espécimes de ligações laje-pilar .....	38
Figura 3.2 – Sistema de ensaio (adaptado de Kruger, 1999).....	39
Figura 3.3 – Modelo computacional com restrições de deslocamento ao longo do eixo em que estaria a viga metálica.....	40
Figura 3.4 – Modelo computacional com viga metálica e interface de contato.....	41
Figura 3.5 – Condições de contorno do modelo considerando o plano de simetria.....	41
Figura 3.6 – Disposição das armaduras de flexão e cisalhamento. ....	42
Figura 3.7 – Posição dos pontos de aferição de deslocamentos verticais das lajes.....	42
Figura 3.8 – Representação do elemento “ <i>CSIsoBrick</i> ” .....	43
Figura 3.9 – Representação do elemento “ <i>CCIsoTruss</i> ” .....	43
Figura 3.10 – Dimensão dos elementos finitos testados na malha da laje .....	44
Figura 3.11 – Trecho de amolecimento do concreto à tração.....	46
Figura 3.12 – Etapas da abertura de fissura.....	47
Figura 3.13 – Modelos de fissuração.....	48
Figura 3.14 – Modelo de fissura fixa.....	48
Figura 3.15 – Modelo de fissura rotacional.....	49
Figura 3.16 – Função elíptica para $0,5 \geq r\theta s, e \geq 1$ .....	51
Figura 3.17 – Modelo das curvas do concreto à compressão .....	51
Figura 3.18 – Redução da resistência à compressão do concreto fissurado .....	52
Figura 3.19 – Lei multilinear do aço .....	53
Figura 3.20 – Superfície de falha para elementos de interface.....	55
Figura 3.21 – Comportamentos do modelo de interface .....	55
Figura 3.22 – Resolução de problema não linear por Newton-Raphson .....	57
Figura 3.23 – Resolução de problema não linear por Arc-Length .....	58
Figura 3.24 – Gráfico carga versus deslocamento dos modelos completos da laje PP16A. ....	59
Figura 3.25 – Padrão de fissuração nos modelos completos da laje PP16A antes da ruptura..	59
Figura 3.26 – Gráfico carga versus deslocamento dos modelos completo e simétrico da laje PP16A.....	60
Figura 3.27 – Gráfico carga versus deslocamento dos modelos com variações na malha de elementos finitos da laje PP16A.....	61

Figura 3.28 – Gráfico carga versus deslocamento dos modelos com diferentes energias de fratura do concreto para a laje PP16A.....	62
Figura 3.29 – Gráfico carga versus deslocamento dos modelos com diferentes modelos de fissura para a laje PP16A.....	63
Figura 3.30 – Gráfico carga versus deslocamento dos modelos com diferentes métodos para as condições do carregamento da laje PP16A.....	64
Figura 3.31 – Gráfico carga versus deslocamento final do espécime PP16A.....	65
Figura 3.32 – Deslocamentos verticais do espécime PP16A.....	65
Figura 3.33 – Comparação da evolução do dano conforme o aumento do carregamento.....	66
Figura 3.34 – Fissuração apresentada antes da ruptura no modelo computacional da laje PP16A.....	67
Figura 3.35 – Comparação do comportamento carga versus deslocamento dos espécimes.....	68
Figura 3.36 – Comparação dos deslocamentos verticais dos espécimes.....	71
Figura 3.37 – Evolução do dano conforme o aumento do carregamento no espécime P0A....	73
Figura 3.38 – Comparação da evolução do dano conforme o aumento do carregamento no espécime P16A.....	74
Figura 3.39 – Evolução do dano conforme o aumento do carregamento no espécime P30A..	74
Figura 3.40 – Comparação da evolução do dano conforme o aumento do carregamento no espécime PP0B.....	75
Figura 3.41 – Comparação da evolução do dano conforme o aumento do carregamento no espécime PP16A.....	76
Figura 3.42 – Evolução do dano conforme o aumento do carregamento no espécime Anco16B.....	77
Figura 3.43 – Superfície de ruptura do espécime P0A.....	78
Figura 3.44 – Superfície de ruptura do espécime P16A.....	78
Figura 3.45 – Superfície de ruptura do espécime P30A.....	78
Figura 3.46 – Superfície de ruptura do espécime PP0B.....	79
Figura 3.47 – Superfície de ruptura do espécime PP16A.....	79
Figura 3.48 – Superfície de ruptura do espécime Anco16B.....	79
Figura 3.49 – Alterações na parte superior do pilar.....	80
Figura 4.1 – Efeito da variação da excentricidade no comportamento carga versus deslocamento.....	85
Figura 4.2 – Efeito do momento desbalanceado na resistência à punção.....	86
Figura 4.3 – Efeito da variação da excentricidade nos deslocamentos verticais.....	87

Figura 4.4 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P0A - e .....	88
Figura 4.5 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P32A - e .....	88
Figura 4.6 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P64A - e .....	89
Figura 4.7 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P96A - e .....	89
Figura 4.8 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P128A - e .....	89
Figura 4.9 – Pontos de monitoramento das tensões cisalhantes.....	90
Figura 4.10 – Efeito da excentricidade nas tensões cisalhantes no perímetro crítico. ....	92
Figura 4.11 – Tensão resistente computacional e teórica. ....	93
Figura 4.12 – Efeito da variação da excentricidade no comportamento carga versus deslocamento em ligações laje-pilar com diferentes classes de concreto. ....	95
Figura 4.13 – Reduções máximas de carga última e deslocamento para cada classe de resistência do concreto.....	96
Figura 4.14 – Comparação do ganho de capacidade de carga e de deslocamento entre as classes de resistência C20 e C90. ....	96
Figura 4.15 – Efeito do momento desbalanceado na resistência à punção de ligações laje-pilar com diferentes classes de concreto. ....	98
Figura 4.16 – Efeito da variação da excentricidade nos deslocamentos verticais de ligações laje-pilar com diferentes classes de concreto. ....	99
Figura 4.17 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P0A – C20. ....	101
Figura 4.18 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P32A - C20. ....	101
Figura 4.19 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P64A - C20. ....	102
Figura 4.20 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P96A - C20. ....	102
Figura 4.21 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P128A - C20. ....	102
Figura 4.22 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P0A – C30. ....	103
Figura 4.23 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P32A – C30. ....	103
Figura 4.24 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P64A – C30. ....	103
Figura 4.25 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P96A – C30. ....	104
Figura 4.26 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P128A – C30. ....	104
Figura 4.27 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P0A – C50. ....	104
Figura 4.28 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P32A – C50. ....	105
Figura 4.29 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P64A – C50. ....	105
Figura 4.30 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P96A – C50. ....	105
Figura 4.31 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P128A – C50. ....	106
Figura 4.32 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P0A – C70. ....	106

Figura 4.33 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P32A – C70. ....	106
Figura 4.34 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P64A – C70. ....	107
Figura 4.35 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P96A – C70. ....	107
Figura 4.36 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P128A – C70. ....	107
Figura 4.37 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P0A – C90. ....	108
Figura 4.38 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P32A – C90. ....	108
Figura 4.39 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P64A – C90. ....	108
Figura 4.40 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P96A – C90. ....	109
Figura 4.41 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P128A – C90. ....	109
Figura 4.42 – Efeito da excentricidade nas tensões cisalhantes no perímetro crítico em ligações laje-pilar com concreto de classe C20. ....	111
Figura 4.43 – Efeito da excentricidade nas tensões cisalhantes no perímetro crítico em ligações laje-pilar com concreto de classe C30. ....	112
Figura 4.44 – Efeito da excentricidade nas tensões cisalhantes no perímetro crítico em ligações laje-pilar com concreto de classe C50. ....	113
Figura 4.45 – Efeito da excentricidade nas tensões cisalhantes no perímetro crítico em ligações laje-pilar com concreto de classe C70. ....	114
Figura 4.46 – Efeito da excentricidade nas tensões cisalhantes no perímetro crítico em ligações laje-pilar com concreto de classe C90. ....	115
Figura 4.47 – Tensão resistente computacional e teórica. ....	116
Figura 4.48 – Efeito da variação da excentricidade no comportamento carga versus deslocamento em ligações laje-pilar com diferentes taxas de armadura de flexão. ....	118
Figura 4.49 – Reduções máximas de carga última e deslocamento para cada taxa de armadura de flexão. ....	119
Figura 4.50 – Comparação do ganho de capacidade de carga e de redução de deslocamento entre as taxas de armadura de 0,54% e 2,16%. ....	119
Figura 4.51 – Efeito do momento desbalanceado na resistência à punção de ligações laje-pilar com diferentes taxas de armadura de flexão. ....	121
Figura 4.52 – Efeito da variação da excentricidade nos deslocamentos verticais de ligações laje-pilar com diferentes taxas de armadura de flexão. ....	122
Figura 4.53 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P0A – $\rho$ – 0,54. ....	124
Figura 4.54 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P32A – $\rho$ – 0,54. ....	124
Figura 4.55 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P64A – $\rho$ – 0,54. ....	124
Figura 4.56 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P96A – $\rho$ – 0,54. ....	125

Figura 4.57 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P128A – $\rho = 0.54$ .....	125
Figura 4.58 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P0A – $\rho = 1.06$ .....	125
Figura 4.59 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P32A – $\rho = 1.06$ .....	126
Figura 4.60 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P64A – $\rho = 1.06$ .....	126
Figura 4.61 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P96A – $\rho = 1.06$ .....	126
Figura 4.62 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P128A – $\rho = 1.06$ .....	127
Figura 4.63 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P0A – $\rho = 2.16$ .....	127
Figura 4.64 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P32A – $\rho = 2.16$ .....	127
Figura 4.65 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P64A – $\rho = 2.16$ .....	128
Figura 4.66 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P96A – $\rho = 2.16$ .....	128
Figura 4.67 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P128A – $\rho = 2.16$ .....	128
Figura 4.68 – Efeito da excentricidade nas tensões cisalhantes no perímetro crítico em ligações laje-pilar com taxa de armadura de 0.54% .....	130
Figura 4.69 – Efeito da excentricidade nas tensões cisalhantes no perímetro crítico em ligações laje-pilar com taxa de armadura de 1.06% .....	131
Figura 4.70 – Efeito da excentricidade nas tensões cisalhantes no perímetro crítico em ligações laje-pilar com taxa de armadura de 2.16% .....	132
Figura 4.71 – Tensão resistente computacional e teórica .....	133
Figura 5.1 – Distribuição das características dos espécimes que compõe o banco de dados .....	136
Figura 5.2 – Previsão das normas para ruptura de lajes à punção ( $V_u / V_{R,teo}$ ) .....	139
Figura 5.3 – Variação de $V_u / V_{R,teo}$ em função da excentricidade ( $e$ ) .....	142
Figura 5.4 – Variação de $V_u / V_{R,teo}$ em função da resistência do concreto ( $f_c$ ) .....	143
Figura 5.5 – Variação de $V_u / V_{R,teo}$ em função da taxa de armadura de flexão ( $\rho$ ) .....	144

## Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Modelos de elementos finitos e momentos desbalanceados avaliados no estudo paramétrico por Mendes <i>et al.</i> (2024) .....	28
Tabela 2.2 – Valores modificados de $\gamma f$ para lajes bidirecionais (Adaptado ACI 318, 2019). ....	32
Tabela 2.3 – Valores de $K$ (ABNT NBR 6118, 2024). ....	35
Tabela 3.1 – Principais parâmetros de cada espécime de ligação laje-pilar ensaiada experimentalmente por Kruger (1999). ....	39
Tabela 3.2 – Parâmetros adotados para o modelo constitutivo do aço.....	53
Tabela 3.3 – Parâmetros adotados para o modelo constitutivo da interface.....	56
Tabela 3.4 – Valores base da energia de fratura.....	62
Tabela 3.5 – Resumo da calibração no modelo computacional definitivo da laje PP16A. ....	64
Tabela 3.6 – Fatores de eficiência de deslocamento e de carga última. ....	69
Tabela 3.7 – Modelos paramétricos baseados no espécime P16A com mudança de excentricidade.....	81
Tabela 3.8 – Modelos paramétricos baseados no espécime P16A com mudança na resistência à compressão combinada com diferentes excentricidades. ....	81
Tabela 3.9 – Modelos paramétricos baseados nos espécimes da classe de concreto C30 com variações na taxa de armadura de flexão e mudança de excentricidade.....	84
Tabela 4.1 – Resumo dos deslocamentos, cargas últimas e momentos desbalanceados.....	86
Tabela 4.2 – Resumo dos deslocamentos, cargas últimas e momentos desbalanceados.....	97
Tabela 4.3 – Resumo dos deslocamentos, cargas últimas e momentos desbalanceados.....	120
Tabela 5.1 – Resumo do processo de filtragem e composição do banco de dados. ....	135
Tabela 5.2 – Resumo das características das ligações laje-pilar do banco de dados.....	136

## Sumário

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1. JUSTIFICATIVA	5
1.2. OBJETIVOS	6
1.2.1. Objetivo Geral	6
1.2.2. Objetivos Específicos	6
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>7</b>
2.1. PUNÇÃO EM LAJES LISAS	7
2.1.1. Aspectos Gerais	7
2.1.2. Conceitos Importantes	10
2.2. PARÂMETROS QUE AFETAM A RESISTÊNCIA À PUNÇÃO	17
2.2.1 Resistência do concreto	17
2.2.2 Taxa de Armadura de Flexão	18
2.2.3 Excentricidade	20
2.3. TRABALHOS COMPUTACIONAIS EM PUNÇÃO COM MOMENTO DESBALANCEADO	21
2.3.1 Setiawan <i>et al.</i> (2019)	21
2.3.2 Diao <i>et al.</i> (2021)	23
2.3.3 Mendes <i>et al.</i> (2024)	26
2.4. PRESCRIÇÕES NORMATIVAS	29
2.4.1 ACI 318 (2019)	29
2.4.2 ABNT NBR 6118 (2023)	33
<b>3. METODOLOGIA</b>	<b>37</b>
3.1. DESCRIÇÃO DA INVESTIGAÇÃO EXPERIMENTAL DE REFERÊNCIA – KRUGER (1999)	37
3.2. PROPOSTA DE MÉTODO DE MODELAGEM COMPUTACIONAL	40
3.2.1. Geometria e Condições de Contorno do Modelo	40
3.2.2. Malha de Elementos Finitos	42
3.2.3. Modelos Constitutivos	44
3.2.4. Condições do Carregamento	56
3.2.5. Calibração do Modelo	58
3.2.6. Resultado da Calibração	64
3.3. APLICAÇÃO E VALIDAÇÃO INICIAL DO MÉTODO DE MODELAGEM COMPUTACIONAL	67
3.3.1. Deslocamentos Verticais	67
3.3.2. Evolução do Dano	72

3.3.3. Superfície de Ruptura	77
3.4. PROPOSTA DE ESTUDO PARAMÉTRICO	79
3.4.1. Modelos Computacionais Propostos com Diferentes Excentricidades	80
3.4.2. Modelos Computacionais Propostos com Diferentes Classes de Resistência à Compressão do Concreto	81
3.4.3. Modelos Computacionais Propostos com Diferentes Taxas de Armadura de Flexão	83
<b>4. RESULTADOS COMPUTACIONAIS</b>	<b>85</b>
4.1. ANÁLISE PARAMÉTRICA DO EFEITO DA EXCENTRICIDADE NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO	85
4.1.1. Deslocamentos Verticais	85
4.1.2. Padrão de Fissuração	87
4.1.3. Distribuição das Tensões Cisalhantes	89
4.1.4. Estimativas Normativas	93
4.2. ANÁLISE PARAMÉTRICA DO EFEITO DE DIFERENTES CLASSES DO CONCRETO NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO COM MOMENTO DESBALANCEADO	93
4.2.1. Deslocamentos Verticais	94
4.2.2. Padrão de Fissuração	100
4.2.3. Distribuição das Tensões Cisalhantes	109
4.2.4. Estimativas Normativas	116
4.3. ANÁLISE PARAMÉTRICA DO EFEITO DE DIFERENTES TAXA DE ARMADURA DE FLEXÃO NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO COM MOMENTO DESBALANCEADO	117
4.3.1. Deslocamentos Verticais	117
4.3.2. Padrão de Fissuração	123
4.3.3. Distribuição das Tensões Cisalhantes	128
4.3.4. Estimativas Normativas	133
<b>5. ANÁLISE DAS RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS</b>	<b>134</b>
5.1. APRESENTAÇÃO DO BANCO DE DADOS	134
5.2. DESEMPENHO DAS ESTIMATIVAS DAS NORMAS	137
<b>6. CONCLUSÕES</b>	<b>145</b>
<b>7. REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>149</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Durante a fase de concepção de projetos, a escolha do sistema estrutural possui grande impacto em todos os aspectos da obra, já que a construção dos elementos estruturais pode levar cerca de 50% da duração total de uma edificação (Goodchild, 2001). Nesse contexto, no início do século XX, foi desenvolvido nos Estados Unidos e na Europa um sistema estrutural com lajes de concreto apoiadas diretamente sobre pilares, denominados de lajes lisas. Conforme Faulkes (1974) e Gasparini (2002), os projetos existentes nesse período incluíam grandes capitéis, o que dificultava sua execução. No entanto, a partir de 1950, as lajes lisas sem capitéis começaram a predominar devido à sua simplicidade, tornando-se atualmente um sistema usual para estruturas de concreto nas regiões da América do Norte, parte da Europa e da Ásia, sendo utilizado para projetos de edifícios residenciais, escritórios e estacionamentos (Muttoni, 2008).

O crescente uso do sistema estrutural com lajes lisas ocorre devido a diversas vantagens construtivas em relação ao sistema convencional com vigas. Sendo simplificado a execução de formas, facilitando os processos de montagem e desmontagem, aumentando a produtividade e diminuindo o desperdício. Além disso, permite praticidade na disposição de instalações elétricas, hidráulicas e de ar-condicionado, assim como, permite maior flexibilidade no layout do imóvel, possibilitando a construção de mais pavimentos com a mesma altura total do edifício, já que é possível diminuir o pé-direito.

No entanto, esse sistema construtivo apresenta algumas desvantagens como a redução da rigidez da edificação aos esforços horizontais, necessidade de um controle mais rigoroso dos deslocamentos. Ademais, esses elementos estão suscetíveis ao modo de ruptura por puncionamento nas ligações laje-pilar, devido seu complexo comportamento.

Nesse sentido, a capacidade resistente à punção é um fator de grande importância para o dimensionamento das lajes lisas. Esse tipo de ruptura, geralmente, é associado a pequenas deformações e aberturas de fissuras antes de falhar, podendo ocorrer sem sinais de alerta perceptíveis. A falha por punção é provocada por tensões cisalhantes elevadas na região de ligação entre a laje e o pilar, podendo ocorrer em diferentes posições ao longo da estrutura, dependendo das condições de carregamento e de contorno. O mecanismo de ruptura caracteriza-

se por uma superfície cônica de falha, conforme ilustrado na Figura 1.1 (Trautwein *et al.*, 2011; Einpaul *et al.*, 2016).

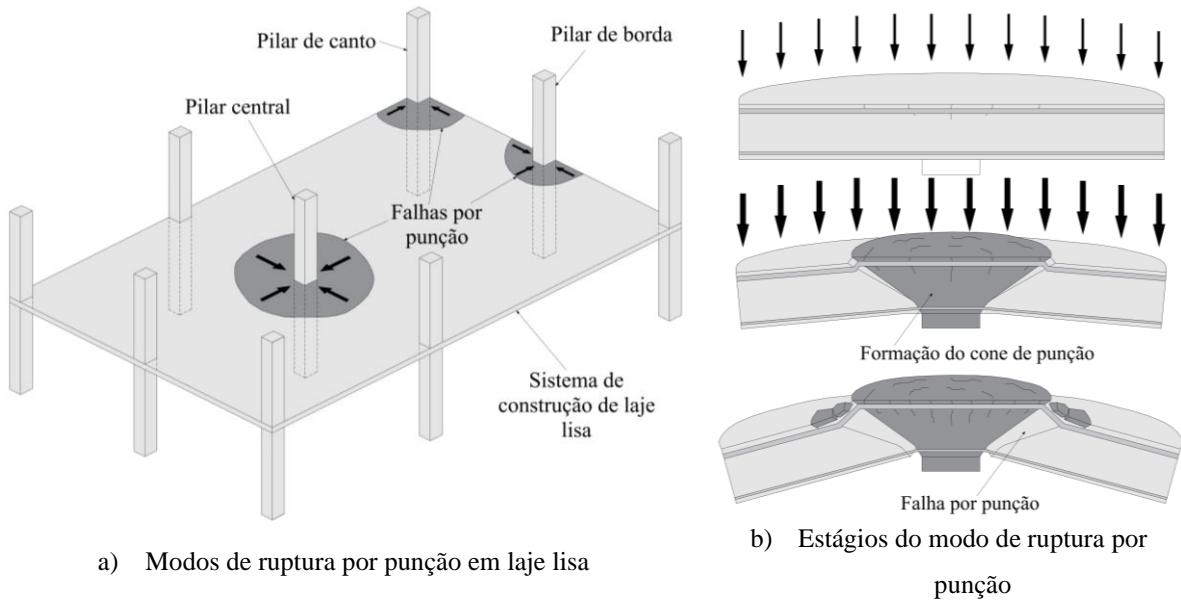


Figura 1.1 – Modo de ruptura por punção em ligações laje-pilar  
(adaptado de Brantschen, 2016).

Segundo Melo (1990), na ocorrência de uma ruptura local por punção, a laje é destacada do pilar de apoio e, após isso, ocorre a redistribuição do carregamento para as ligações laje-pilar vizinhas, podendo ocasionar novas rupturas e espalhar-se por toda a estrutura, permitindo que a laje destacada caia na laje inferior, resultando no colapso progressivo. Ainda de acordo com o autor, o primeiro acidente de ruptura por punção registrado foi do edifício Prest-o-Lite, em Indianápolis no ano de 1911, em que as lajes se desligaram completamente dos pilares e provocaram a ruína de toda a estrutura.

Desde de 1911 houve a ocorrência de outros acidentes em sistemas estruturais com lajes lisas de concreto armado, como a ruptura de grande parte de um Shopping durante a fase de construção, na Suíça no final da década de 1970, Figura 1.2a (Ruiz *et al.*, 2013). O desabamento da ala norte da loja de departamento Sampoong, em Seul Seocho-gu no ano de 1995, Figura 1.2b (Gardner *et al.*, 2002). O colapso parcial do estacionamento Pipers Row Car Park, em Wolverhampton no ano de 1997, Figura 1.2c (Wood, 1997). O desabamento da área de lazer do residencial Grand Parc, em Vitória no ano de 2016, Figura 1.2d (Coutinho *et al.*, 2016). Todos esses acidentes foram provocados por erros de projeto, cargas excessivas inesperadas, falta de controle dos materiais e erros construtivos.



a) Shopping na Suíça, 1970  
(Ruiz *et al.*, 2013)



b) Sampoong Department Store, 1995  
(Gardner *et al.*, 2002)



c) Pipers Row Car Park, 1997  
(Wood, 1997)



d) Residencial Grand Parc, 2016  
(Coutinho *et al.*, 2016)

Figura 1.2 – Acidentes estruturais por punção.

Com isso, devem ser utilizadas estratégias para combater o modo de ruptura por punção, aumentando sua capacidade resistente ao cisalhamento. Algumas opções estão relacionadas ao uso de lajes com maiores espessuras ou execução de capitéis nas ligações laje-pilar, porém, possuem impacto direto na arquitetura. Outras alternativas correspondem ao aumento na taxa de armadura de flexão e na resistência do concreto, além do uso de armaduras de cisalhamento.

Ainda hoje há divergências normativas para o dimensionamento à punção em ligações laje-pilar. Normas como o ACI 318 (2019) e ABNT NBR 6118 (2023) são baseadas em formulações empíricas obtidas a partir de ensaios experimentais, em sua grande maioria de ligações internas carregadas concentricamente, buscando simplificar o método de cálculo. Porém essa simplificação pode ocasionar previsões de resistência inseguras, havendo maior dispersão das estimativas, evidenciando abertura para otimização dessas recomendações (Perreira Filho, 2016).

Quando mais variáveis são adicionadas a esse problema, como o momento desbalanceado nas ligações laje-pilar, a imprecisão dos resultados se intensifica, já que a transferência de momento para o pilar dificulta o dimensionamento à punção. Dessa maneira, podem ser observadas diferenças normativas em relação a posição do perímetro de controle, região em que o cisalhamento deve ser verificado, além da distribuição das tensões cisalhantes decorrentes do momento e o percentual desse momento a ser considerado transferido por cisalhamento (Ferreira, 2010).

De acordo com Kruger (1999); Ferreira *et al.* (2019) Ungermaann *et al.* (2022); Santos *et al.* (2024), na prática de projetos com sistemas estruturais de lajes lisas de concreto armado, geralmente, ocorre a presença de momentos desbalanceados nas ligações laje-pilar, mesmo para pilares internos. Isso ocorre devido a variações entre vãos e carregamentos, layouts irregulares ou ação de forças horizontais, provocadas pelo vento, sismos, por diferencial de fluência e retração em lajes continuas. Ainda em conformidade com os autores, essa transferência de momento da laje para o pilar afeta a distribuição do cisalhamento nessa ligação, provocando reduções significativas na resistência a punção.

A maioria de pesquisas envolvendo punção em lajes lisas com momento desbalanceado são experimentais, que utilizam modelos representativos do sistema estrutural a ser estudado. Porém, esse método apresenta dificuldades devido ao tempo excessivo e ao alto custo envolvido, tanto de materiais como de equipamentos, impossibilitando a investigação de alguns parâmetros importantes, como a distribuição das tensões cisalhantes na laje (Weng *et al.*, 2020; Zheng *et al.*, 2023).

Nesse contexto, a análise de elementos finitos (FEA) é uma forma econômica de complementar os bancos de dados experimentais existentes. Para isso, pode ser realizada a calibração dos modelos computacionais não lineares com base nos resultados dos experimentos, prevendo com precisão a capacidade resistente, o modo de ruptura e o comportamento geral da estrutura. Posteriormente, são realizados estudos sobre os parâmetros que afetam a estrutura investigada, como resistência a compressão, taxa de armadura de flexão, excentricidade, entre outros (Milligan *et al.*, 2020; Alrousan e Alnemrawi, 2022; Mansour *et al.*, 2024).

No que diz respeito aos trabalhos computacionais que realizaram estudos paramétricos em punção, poucos artigos são encontrados na literatura, como El-naqeeb e Abdelwahed (2023);

El-naqeeb e Abdelwahed (2023). Nesses, foram investigados a influência de diferentes taxas de excentricidade, da relação vão de cisalhamento e profundidade, além da variação na taxa de armadura de cisalhamento para punção em sapatas de concreto armado. Já Akinpelu *et al.* (2023), realizou uma análise numérica relacionada ao efeito de diferentes formas e dimensões do pilar no comportamento a punção de lajes lisas internas carregadas concentricamente. Enquanto Ismail (2018); Mostofinejad *et al.* (2020), estudaram o comportamento de lajes lisas com aberturas, além de lajes com e sem transferência de momento na ligação laje-pilar, respectivamente.

Além disso, quando relacionados a análise paramétrica em ligações laje-pilar submetidas a momentos desbalanceados, há grande escassez de trabalhos. Diao *et al.* (2021) estudou diferentes níveis de excentricidades, porém em lajes com pequenas espessuras, 70 mm e 90 mm. Mendes *et al.* (2024) analisou diferentes níveis de momento desbalanceados para lajes sem armadura de cisalhamento. Havendo ainda espaço para estudos relacionados a punção em ligações laje-pilar sem armaduras de cisalhamento e submetidas a diferentes intensidades de momentos desbalanceados em conjunto com variações na resistência à compressão do concreto e na taxa de armadura de flexão.

### **1.1. Justificativa**

Na literatura alguns trabalhos experimentais estão relacionados a investigação do comportamento à punção de ligações laje-pilar com ou sem armadura de cisalhamento submetidos à momentos desbalanceados, como Moe (1961); Hanson e Hanson (1968); Anis (1970); Narasimhan (1971); Stamenkovic e Chapman (1974); Regan (1981); Elgabry e Ghali (1987); Hawkins *et al.* (1989); Kamaraldin (1990); Marzouk *et al.* (1996); Marzouk *et al.* (1998); Kruger *et al.* (2000); Stein (2007); Ferreira (2010); Oliveira (2013). Porém, devido as dificuldades relacionadas ao alto custo desses trabalhos, a investigação de alguns parâmetros é impossibilitada.

Associado a isso, ainda há certa carência de estudos computacionais paramétricos acerca do tema, principalmente quando são acrescentados a esse fenômeno outras variáveis, como mudanças na resistência à compressão e a presença em diferentes taxas de armadura de flexão. Nesse sentido, o presente trabalho busca contribuir para um melhor entendimento do

mecanismo de ruptura por punção em ligações laje-pilar sem armaduras de cisalhamento e submetidas a diferentes intensidades de momentos desbalanceados.

## 1.2. Objetivos

### 1.2.1. Objetivo Geral

Esse trabalho tem como objetivo investigar, por meio de modelagem computacional não-linear, o efeito da transferência de momentos na resistência à punção de ligações laje-pilar interna de concreto armado, considerando diferentes parâmetros estruturais e comparando os resultados com estimativas normativas e dados experimentais disponíveis na literatura.

### 1.2.2. Objetivos Específicos

- Definir uma estratégia de modelagem computacional não linear, utilizando o *software* ATENA, para o sistema de ensaio localizado de Kruger (1999), com espécimes de ligações laje-pilar submetidas a variações na intensidade do momento desbalanceado, com diferentes taxas de armadura de flexão e de cisalhamento, utilizando os tipos conectores de aço e estribos abertos, como armadura de punção;
- Avaliar computacionalmente o efeito da variação da excentricidade de carregamento ( $e$ ), da resistência a compressão do concreto ( $f_c$ ), e da taxa de armadura de flexão ( $\rho$ ) no comportamento de ligações laje-pilar com transferência de momento;
- Analisar o desempenho das estimativas normativas do ACI 318 (2019) e da ABNT NBR 6118 (2023) na determinação da resistência à punção em ligações laje-pilar com transferência de momento, através da comparação com os resultados computacionais produzidos neste trabalho e demais coletados na literatura científica.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é realizada uma revisão geral da punção em lajes lisas. Inicialmente, são apresentados aspectos gerais e definições sobre esse efeito em ligações laje-pilar. Posteriormente, é exibido as características da punção com momentos desbalanceados, objeto de interesse desta pesquisa, sendo apontados os parâmetros que influenciam na resistência à punção, os mecanismos de ruptura, além de apresentar alguns trabalhos computacionais sobre o tema. Por fim, são descritas as principais recomendações normativas de códigos internacionais e nacionais referentes a punção com momento desbalanceado.

### 2.1. Punção em Lajes Lisas

#### 2.1.1. Aspectos Gerais

As lajes lisas de concreto armado são elementos apoiados diretamente sobre os pilares, resultando no acúmulo de elevadas tensões de cisalhamento e momentos negativos em torno de regiões relativamente pequenas, o que pode provocar uma ruptura brusca por punção (Inácio *et al.*, 2015; Torabian *et al.*, 2019; Ovelhas *et al.*, 2024). Devido a esse comportamento complexo, sofrendo influência das condições de contorno da estrutura, os projetos de lajes lisas de concreto exigem uma consideração cuidadosa em relação a resistência à punção.

Nesse sentido, segundo Pereira Filho (2020), a punção é caracterizada pela evolução do padrão de fissuração na superfície tracionada da laje, sendo esse influenciado pela atuação de momentos radiais ( $m_r$ ) e circunferenciais ( $m_c$ ) na ligação laje-pilar. Ainda segundo o autor, conforme analisou os ensaios de Mueller *et al.* (1984), inicialmente as primeiras fissuras formadas são tangenciais e contornam o pilar ( $f_{t0}$ ), provocadas pelo momento radial. Posteriormente, são formadas fissuras radiais ( $f_r$ ), devido ao momento circunferencial, sendo essas impactadas pela presença ou não de armaduras de cisalhamento. Por fim, próximo da carga última, surgem outras fissuras tangenciais ( $f_{t1}, f_{t2}$ ). Na Figura 2.1 é apresentado um padrão de fissuração para uma ligação laje-pilar bidirecional, com pilar interno e sem momento desbalanceado.

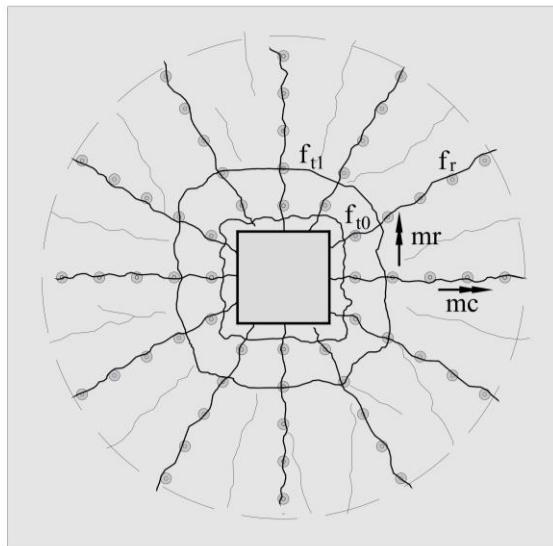


Figura 2.1 – Padrão de fissuração na face tracionada da ligação laje-pilar (Perreira Filho, 2020).

De acordo com Simões *et al.* (2018), baseado nas fissuras de punção do trabalho experimental de Einpaul *et al.* (2018), há outras fissuras associadas a punção, além das mencionadas anteriormente. Adaptando as nomenclaturas das fissuras apontadas por Perreira Filho (2020), com as considerações de Simões *et al.* (2018), tem-se a seguinte classificação das fissuras:

- Fissura  $f_{t0}$ : É uma fissura provocada por esforços de flexão, sendo originada na face tracionada da laje, próximo ao pilar, sendo propagada na diagonal em direção da face comprimida, devido à presença de forças de cisalhamento, Figura 2.2a.
- Fissura B: É ocasionada por grandes deformações de cisalhamento, sendo formada por diversas pequenas fissuras paralelas na região de compressão do concreto perto do pilar, surgindo próximo a carga de ruptura da laje, Figura 2.2b.
- Fissura  $f_{t1}$  e  $f_{t2}$ : Assim como a fissura  $f_{t0}$ , as fissuras  $f_{t1}$  e  $f_{t2}$  são provocadas por esforços de flexão, porém, normalmente possuem uma inclinação menor e se formam mais longe do pilar, ficando mais rasas e se fundindo com a fissura  $f_{t0}$ , Figura 2.2c.
- Fissura D: É associado a delaminação do cobrimento superior do concreto, Figura 2.2d, devido ao efeito pino das barras de flexão.
- Fissura E: Esse tipo de fissura foi originalmente identificado por Cavagnis *et al.* (2015) em testes de cisalhamento unidirecional. É um tipo de fissura formado a partir de fissuras do tipo  $f_{t0}$ , Figura 2.2e, formada pelas altas tensões decorrentes do engrenamento dos agregados.

- Fissura F: São fissuras instáveis de fendilhamento formadas perto do pilar que se propagam em direção ao nível da armadura de flexão da laje, Figura 2.2f.
- Fissura cc: Esse tipo de fissura foi originalmente identificado por Regan (2000), estando associadas ao arrancamento da ancoragem de barras de cisalhamento, através da falha do cone de concreto, Figura 2.2e.

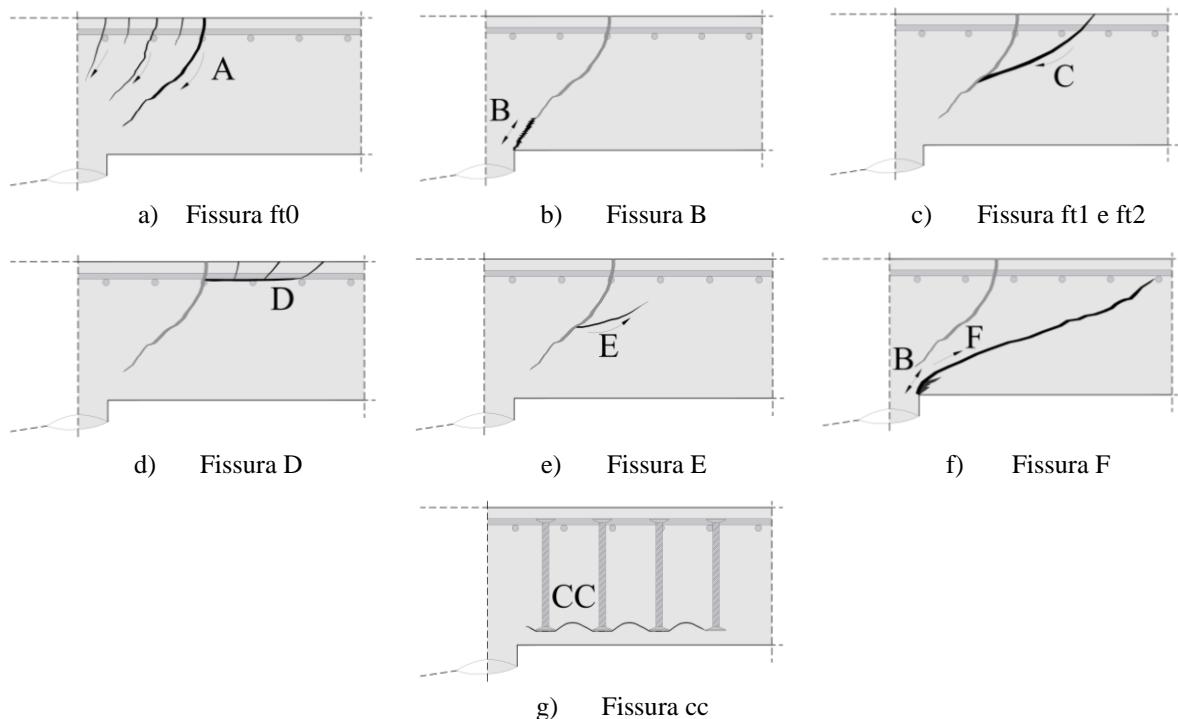


Figura 2.2 – Diferentes tipos de fissuras de punção em ligações laje-pilar  
(adaptado de Simões *et al.*, 2018).

O uso de armaduras de cisalhamento pode alterar o modo de ruptura por punção nas ligações laje-pilar, conforme o tipo de armadura de cisalhamento, tendo influencia na ancoragem e no desempenho das mesmas, a taxa de armadura e a distribuição dessas. Ensaios experimentais, como de Gomes (1991), exibem três modos de ruptura principais. Punção dentro da zona reforçada ao cisalhamento, quando a laje apresenta baixa taxa de armadura de cisalhamento, Figura 2.3a. Com o aumento dessa a punção ocorre fora da zona reforçada ao cisalhamento, Figura 2.3b. Quando a laje apresenta altas taxas de armadura transversal, ocorre o esmagamento da biela de compressão, Figura 2.3c.

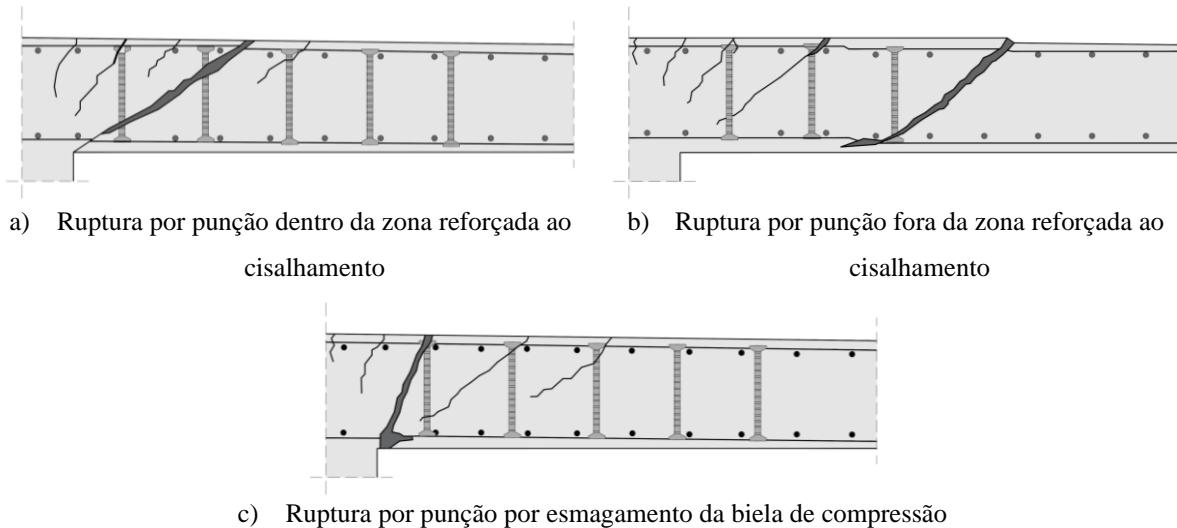


Figura 2.3 – Modos de ruptura por punção em ligações laje-pilar (Schmidt *et al.*, 2020).

Dessa forma, dependendo do tipo de carregamento, do layout da edificação, das condições de contorno da estrutura, das taxas de armadura de flexão e de cisalhamento, há influência na distribuição de esforços. Como resultado, diferentes tipos de fissuras são formados, podendo ser predominantes em relação as outras, afetando também suas distribuições nas faces da laje.

### 2.1.2. Conceitos Importantes

#### 2.1.2.1. Punção Simétrica

A punção simétrica é caracterizada por apresentar uma distribuição de esforços simétrica em relação aos eixos de simetria da ligação laje-pilar, ou seja, a geometria, o carregamento, as condições de contorno e a distribuição e constituição da armadura de flexão devem ser simétricos, Figura 2.4. Devido a essas condições, na prática de engenharia, há poucos casos em que as lajes lisas são submetidas a punção simétrica, já que é comum haver imposições arquitetônica que impossibilitam vãos e carregamentos iguais nas duas direções.

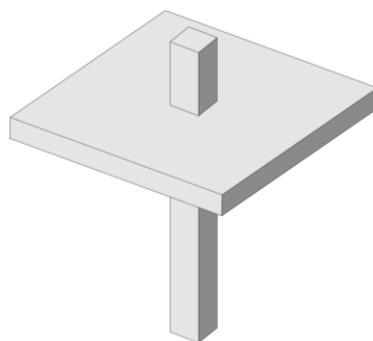


Figura 2.4 – Punção simétrica (Adaptado de Tassinari, 2011).

Apesar disso, muitos estudos são focados na punção simétrica, os quais dão base para as formulações normativas, sendo um fenômeno mais consolidado na literatura, por meio de análises experimentais e teóricas. Nesse sentido, autores como Sagaseta *et al.* (2014), apresentam que a distribuição das tensões de cisalhamento ao redor do pilar ocorre de maneira mais uniforme, devido rotações serem mais regulares entre os eixos da laje, Figura 2.5. Com isso, a resistência à punção também é dada de forma mais uniforme no perímetro de controle, para pilares quadrados, com relação entre o lado e a altura útil da laje ( $c/d$ ) próxima de 1, além de pilares circulares.

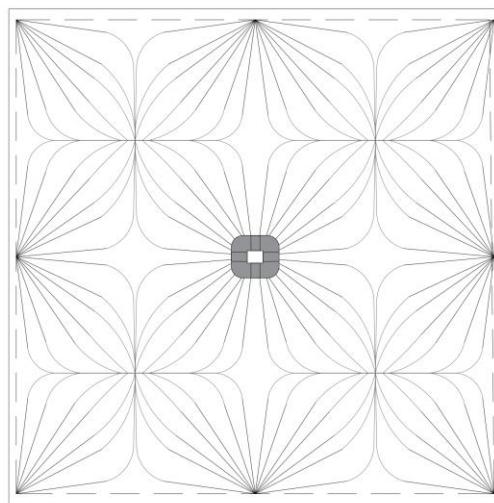


Figura 2.5 – Distribuição das tensões de cisalhamento para lajes com  $L_x = L_y$  e relação  $c_{\max}/c_{\min} = 1$  (adaptado de Sagaseta *et al.*, 2014).

Em relação a fissuração observada na laje com ruptura por punção simétrica, essas são caracterizadas pela forma troncocônica. Na Figura 2.6, é apresentada o padrão de fissuração por punção, conforme o aumento do carregamento, observado experimentalmente por Guadalini (2005), surgindo inicialmente de uma fissura tangencial ao redor do pilar e, conforme o aumento do carregamento, aparecem fissuras radiais e tangenciais, que aumentam de tamanho e são propagadas através da espessura da laje, até atingir a superfície comprimida no perímetro do pilar. O formato cônico ocorre devido as fissuras tangenciais ficarem inclinadas pelo cisalhamento, sendo essa a fissura crítica de cisalhamento.

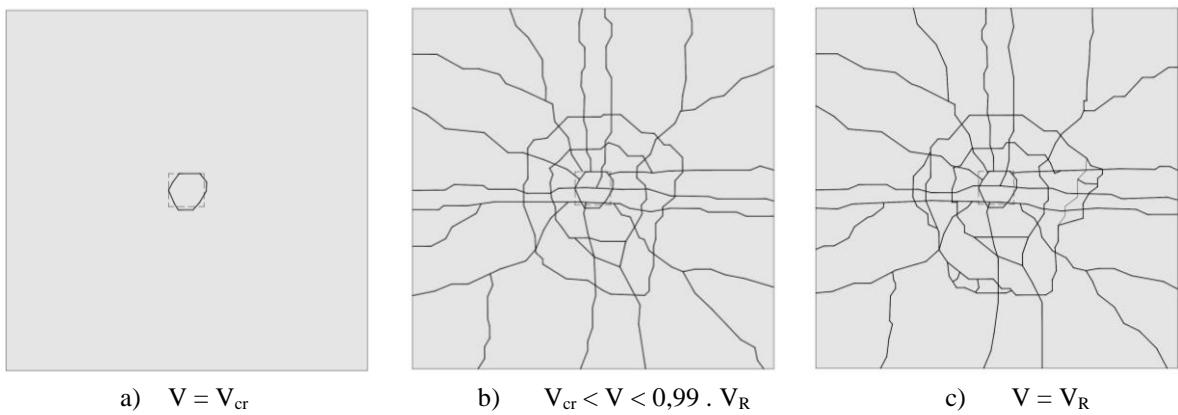


Figura 2.6 – Fissuração na superfície tracionada conforme o aumento do carregamento (Guadalini, 2005).

#### 2.1.2.2 Punção Assimétrica

No caso da punção assimétrica ou punção não simétrica centrada, é caracterizada por apresentar assimetria, mas sem haver transferência de momento fletor na ligação laje-pilar, ou seja, sem excentricidade, Figura 2.7. Esse tipo de assimetria ocorre frequentemente em edifícios, estacionamentos ou em tabuleiros de pontes, devido a ocorrência de variações na geometria dos pilares, na forma geométrica dos pavimentos, no tipo de utilização da edificação e no detalhamento com diferentes taxas de armaduras de flexão em ambas as direções (Tassinari, 2011; Oliveira, 2013).

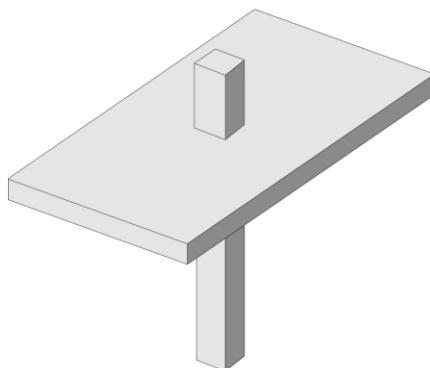


Figura 2.7 – Punção assimétrica  
(Adaptado de Tassinari, 2011).

A não simetria afeta significativamente o comportamento da laje, principalmente próximo ao pilar, alterando a distribuição do esforço cortante e, consequentemente, a resistência à punção. Isso é explicado devido a rotações não uniformes em torno do pilar, afetando a abertura de fissuras. Assim, a resistência à punção não é distribuída uniformemente em torno do perímetro

de controle, sendo afetada pelas dimensões dos pilares ( $C_{\max}$  e  $C_{\min}$ ) e vãos das lajes ( $L_x$  e  $L_y$ ), Figura 2.8. Para obter estimativas de resistência à punção precisas, deve ser levado em consideração no cálculo a redistribuição da força cortante, determinando deformações e rotações em várias direções (Sagasetá *et al.*, 2011).

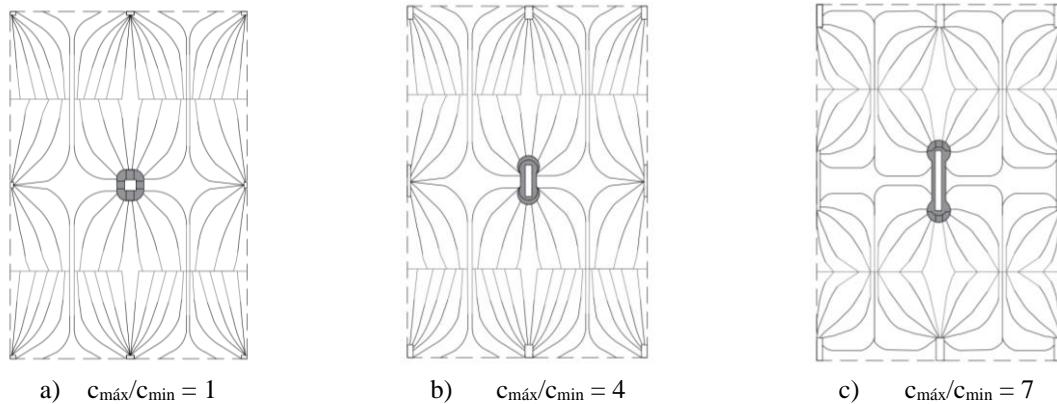


Figura 2.8 – Distribuição das tensões de cisalhamento para lajes com  $L_x < L_y$  e variações na relação  $C_{\max}/C_{\min}$  (adaptado de Sagasetá *et al.*, 2014).

Na Figura 2.9, é apresentado a falha por punção observada por Sagasetá *et al.* (2014) do espécime AM02, que é carregada somente na direção Norte-Sul, sendo verificado que a ruptura ocorre devido a formação do cone de punção. Além disso, o mesmo obtém uma resposta de rotação maior na direção carregada. Dessa forma, esse resultado corrobora com a distribuição de tensões e a resistência à punção não uniforme ao redor do pilar, mencionada anteriormente.

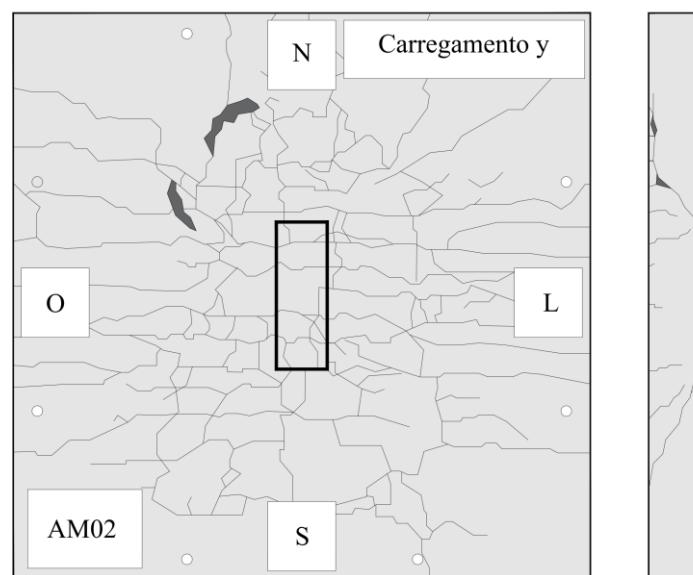


Figura 2.9 – Padrão de fissuras da laje AM02 (Sagasetá *et al.*, 2014).

### 2.1.2.3 Punção Excêntrica

A punção excêntrica é definida por apresentar assimetria na distribuição de esforços, porém, diferente da punção assimétrica, há transferência de momento fletor na ligação laje-pilar, existindo excentricidade. Isso ocorre devido a ação de carregamentos assimétricos, provocados por variações nos vãos, layouts irregulares e ações de forças horizontais, como as provocadas pelo vento. Esse fenômeno pode ocorrer tanto em pilares internos, como em pilares de borda e canto, Figura 2.10.

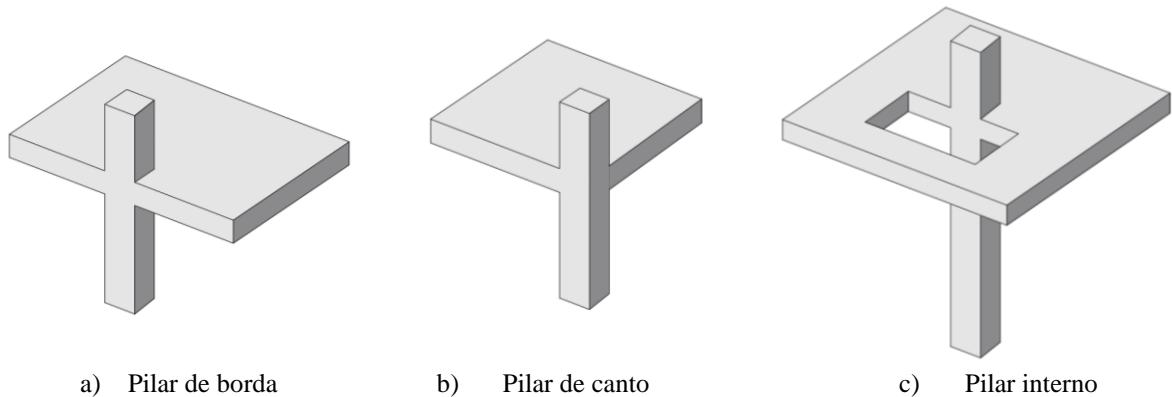


Figura 2.10 – Possíveis casos de punção excêntrica  
(Adaptado de Tassinari, 2011).

Devido a punção excêntrica, havendo a ação conjunta de força vertical e momento fletor, são gerados dois efeitos principais que afetam a resistência à punção. Sendo provocado uma concentração de esforços de cisalhamento maior do lado em que há excentricidade e, consequentemente, a diminuição no lado oposto, como verificado por Anis (1970). Esse autor apresenta uma análise do efeito da excentricidade por método de campos de cisalhamento. Em que é verificada uma distribuição uniforme do cisalhamento no perímetro crítico quando  $e = 0$ , Figura 2.11a, e conforme o aumento da excentricidade, é provocado uma concentração do cisalhamento mais de um lado, Figura 2.11b e 2.11c, até ocasionar a anulação do esforço cortante do lado oposto, Figura 2.11d, e a inversão de sinal, Figura 2.11e e 2.11f.

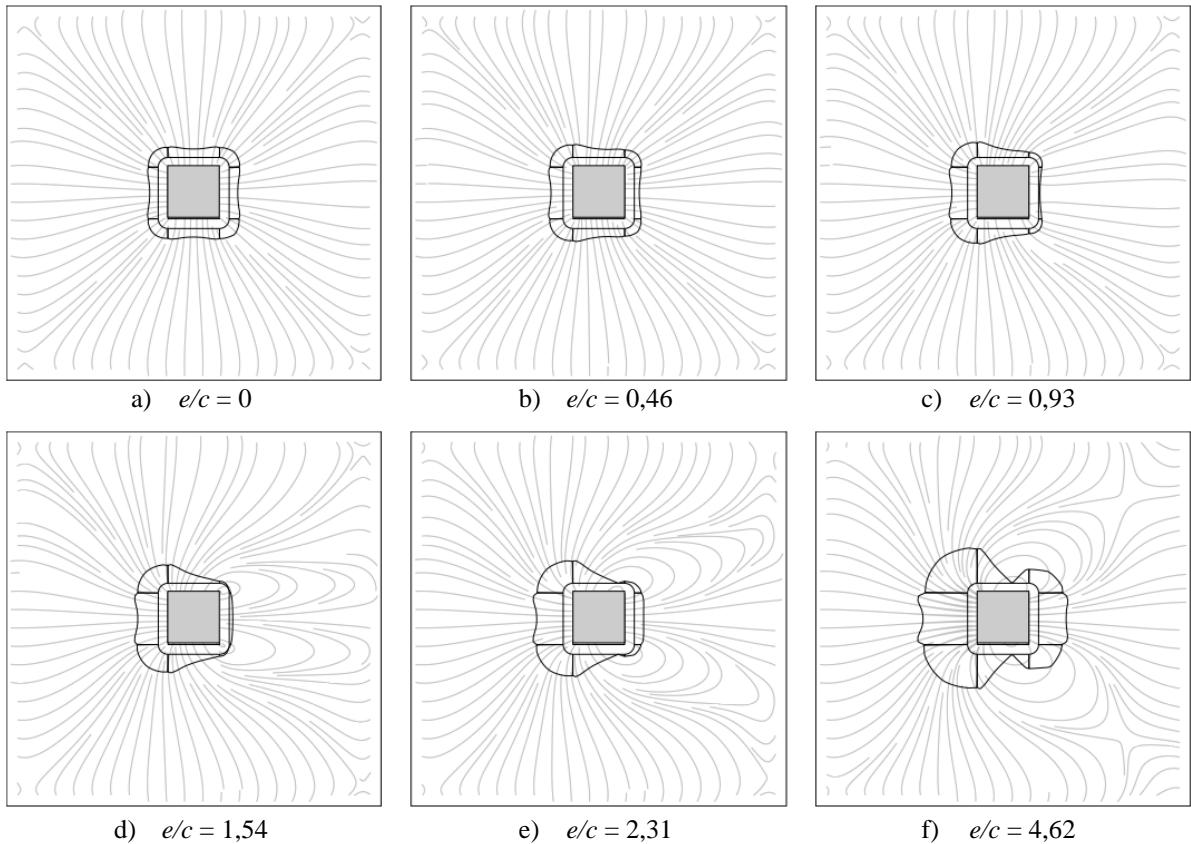


Figura 2.11 – Distribuição das tensões de cisalhamento para lajes com diferentes excentricidades (Adaptado de Anis, 1970).

Além disso, a excentricidade aumenta a abertura da fissura crítica de cisalhamento, provocando uma redução na resistência à punção por unidade de comprimento nas regiões próximas ao pilar. Nesse contexto, tem-se que a ação conjunta desses efeitos provocam uma assimetria no padrão de fissuração da superfície tracionada da laje, Figura 2.12a. No corte da laje PP16B ensaiada experimentalmente por Kruger (1999), é constatado a formação de uma grande fissura inclinada no lado onde há concentração de esforços de cisalhamento, enquanto que o lado oposto praticamente não apresenta fissuras, Figura 2.12b.

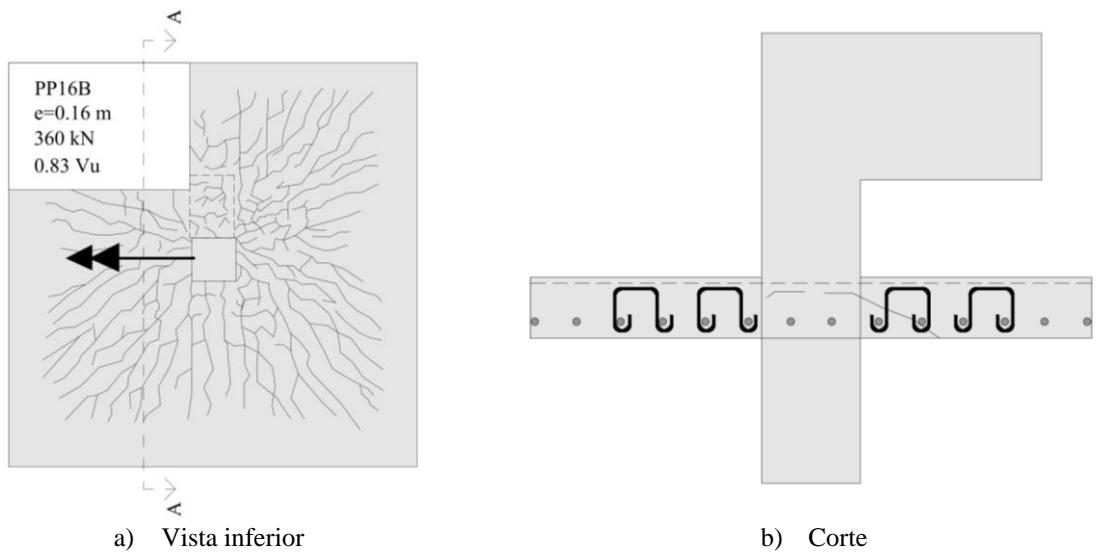


Figura 2.12 – Fissuração do espécime PP16B  
(Adaptado de Kruguer, 1999).

#### 2.1.2.4 Transferência de Momento Fletor Entre a Laje e o Pilar e Concentração de Esforços

A transferência do momento desbalanceado para a laje, nos casos de punção excêntrica, ocorre na forma de momento fletor, torção e cisalhamento, Figura 2.13. Com isso, a soma entre as parcelas das forças cortantes geradas pelo momento com as parcelas provocadas pela força vertical, ocasionam uma complexa distribuição da força cortante resultante. Dessa forma, ainda é difícil a determinação dessas diferentes ações que agem nos casos de punção excêntrica, seja de forma analítica ou experimental (Oliveira, 2013).

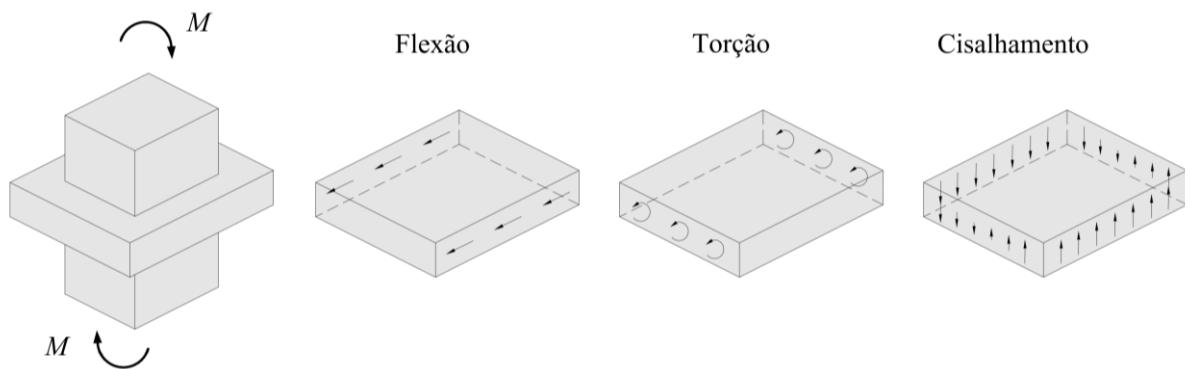


Figura 2.13 – Transferência de esforços entre laje e pilar  
(Oliveira, 2013).

Em decorrência disso, esse tema ainda é objeto de estudo de muitas pesquisas, havendo várias propostas de solução para esse tipo de problema, por vezes divergentes entre si, sendo difícil

estabelecer uma expressão de projeto confiável (Mast, 1970; Santos, 2024). Essas proposições, em geral, apresentam que o cisalhamento máximo pode ser obtido em função da distribuição de esforços de reação em um perímetro crítico de controle, obtido a uma determinada distância do pilar, e multiplicado por um fator de majoração, adicionado para tentar levar em consideração a transferência de momento. Porém, essas considerações geralmente são baseadas em formulações empíricas obtidas a partir de ensaios experimentais, fazendo com que haja divergências para o estabelecimento desses fatores.

De acordo com Tassinari (2011), uma forma geral para o cálculo da força de cisalhamento máxima ( $v_{max}$ ) e o fator  $\beta$  que leva em consideração a força cortante adicional ocasionada pelo momento desbalanceado, são obtidos pelas Equações 2.1 e 2.2.

$$v_{max} = \beta \cdot \left( \frac{V}{b_0} \right) \quad \text{Equação 2.1}$$

$$\beta = 1 + \eta \left( \frac{e}{\varphi} \right) \quad \text{Equação 2.2}$$

Onde:

$V$  = é a reação de apoio vertical no pilar;

$b_0$  = é o perímetro crítico;

$\varphi$  = é a dimensão que leva em conta as propriedades da seção crítica;

$\eta$  = é um fator que depende da parcela de momento fletor transferida por cisalhamento e da escolha de  $\varphi$ ;

$e$  = é a excentricidade da reação vertical no pilar devido à transferência de momento ( $M/V$ )

## 2.2. Parâmetros que Afetam a Resistência à Punção

Conforme Ferreira (2010); Bursac *et al.* (2021); e Diao *et al.* (2021), a resistência à punção de lajes lisas é afetada por diversos parâmetros, como a resistência à compressão e a tração do concreto, a espessura da laje, o tamanho e a geometria do pilar, as taxas de armaduras de flexão e de cisalhamento, além da excentricidade de carregamento, a presença de aberturas e a protensão. Nesse sentido, a seguir serão abordados os fatores mais relevantes para esta pesquisa.

### 2.2.1 Resistência do concreto

A ruptura por cisalhamento é governada pela resistência à tração do concreto para estruturas de concreto sem esse tipo de armadura. De acordo com Menetrey (2002), a resistência à punção é

função da componente vertical dos esforços de tração que resistem a abertura da superfície de ruptura de punção. Nesse sentido, para fins de projeto, a definição da resistência à compressão do concreto é o primeiro passo desse processo e em função da resistência à compressão é definida a resistência à tração do concreto. Ainda é comum a correlação da resistência ao cisalhamento com a resistência à compressão do concreto.

Moe (1961) definiu experimentalmente a influência da resistência à tração do concreto como proporcional à raiz quadrada de sua resistência à compressão. Esta proposição é usada em normas vigentes como o ACI 318 (2014) e o fib Model Code 2010 (2013). O Eurocode 2 (2014) considera a contribuição da resistência à tração do concreto como sendo proporcional à raiz cúbica de sua resistência à compressão, esta sugestão surge de estudos como os de Gardner (1990) e Marzouk e Hussein (1991), que consideraram que a conclusão de Moe (1961) superestimava a contribuição da resistência à tração do concreto.

### 2.2.2 Taxa de Armadura de Flexão

A taxa de armadura de flexão ( $\rho$ ) é calculada como a razão entre a área de armadura de flexão tracionada ( $A_s$ ) pela área de concreto ( $A_c$ ), que contribui para a capacidade resistente a punção da ligação laje-pilar. Segundo Regan (1981), conforme aumenta a taxa de armadura de flexão, a região fissurada do concreto é reduzida devido o aumento da zona de concreto comprimida, possibilitando o compósito resistir a maiores tensões cisalhantes e impactando na capacidade de deformação na laje. Com isso, outros efeitos, como o engrenamento dos agregados e o efeito pino, facilitam a transferência de forças, devido a diminuição na abertura das fissuras de flexão.

Para definir a contribuição das armaduras de flexão na resistência à punção, é necessário delimitar a distância da face do pilar em que as barras tem influência direta. Nesse sentido, por meio de um banco de dados, Regan (2001), avaliou três faixas de limitação da distância,  $0,44L$ ;  $1,5d$  e  $3d$ . Em sua conclusão, apresenta que a largura efetiva a ser considerada, na qual as barras de flexão contribuem para resistência à punção, é afastada  $3d$  das extremidades do pilar.

Broms (2005), apresentou uma proposta para calcular a resistência à punção de lajes lisas, sendo que a capacidade resistente da ligação laje-pilar está relacionada ao comportamento a flexão da laje. Desse modo, o autor estabelece diferentes regimes de comportamento, a depender das

armaduras de flexão entrarem ou não em escoamento, sendo isso determinado a partir da taxa de armadura de flexão.

Guandalini *et al.* (2009), ensaiaram experimentalmente 11 ligações laje-pilar, variando a taxa de armadura de flexão entre 0,22 e 1,50% na face tracionada, enquanto que a armadura na face comprimida foi constante no valor de 0,20%. Com isso, foi observado o aumento da resistência à punção devido ao aumento da taxa de armadura de flexão, no entanto, esse aumento diminui a capacidade de deformação, tornando a falha por punção ainda mais frágil.

Ampliando a faixa de variação da taxa de armadura de flexão, entre 0,40 e 2,68%, Rizk *et al.* (2011), constataram o mesmo padrão de Guandalini *et al.* (2009), onde as lajes com menores taxas de armadura romperam de maneira dúctil, indicada pelo escoamento da armadura de flexão, e conforme o aumento de  $\rho$  é diminuída a ductilidade. Exemplo disso é que o aumento da taxa de armadura de flexão de 0,65% para 1,65% diminuiu a ductilidade em 55%.

De acordo com Ovelhas *et al.* (2024), o padrão de fissuração dos espécimes ensaiados experimentalmente pelos autores, foi afetado pela taxa de armadura de flexão tracionada, corroborando com Regan (1981). Além disso, ao realizar um estudo computacional paramétrico por elementos finitos, comparando os resultados com as previsões normativas de projeto, os autores concluíram que o ACI 318 (2019) pode ser considerado conservador para lajes carregadas concentricamente com variações na taxa de armadura. Exceção disso é o Eurocode 2 (2014), por levar em consideração a tensão de flexão.

Panahi e Genikomsou (2022), ao realizar análises computacionais paramétricas para a verificação do efeito da taxa de armadura de flexão, variando essa entre 0,2 e 2,2%, e comparar esses resultados com as previsões de resistência à punção dos códigos de projeto. Os autores apresentam que as recomendações do ACI 318 (2019) são superestimadas para lajes lisas com baixas taxas de armadura e subestimadas para altas taxas, fato esse associado a falta de consideração dos efeitos da taxa de armadura de flexão, enquanto que o Eurocode 2 (2014) ao considerar esse parâmetro, apresenta resultados mais precisos.

### 2.2.3 Excentricidade

Como discutido nos Itens 2.1.2.3 e 2.1.2.4, a excentricidade resulta da ação conjunta da força vertical e do momento fletor, fazendo com que a transferência de momento ocorra na forma de momento fletor, torsor e de cisalhamento, o que torna complexa a distribuição da força cortante. Além de ocasionar uma concentração de esforços cisalhantes e aumentar as aberturas de fissuras no lado da excentricidade, provocando uma redução na resistência à punção.

*Brujić et al.* (2018), avaliaram experimentalmente a influência da resistência à compressão do concreto em ligações laje-pilar com transferência de momento. Ao comparar os espécimes que apresentam excentricidades de carregamento próximas a 75 mm (S2, S4 e S6) e próximas a 150 mm (S3, S5 e S7), foi verificado que o aumento da resistência à compressão de 43,9 MPa para 104,9 MPa possibilitou acréscimos de carga última de 35% e 83%, e de rotações de 25% e 102%, para os respectivos grupos. Com isso, tem-se que o aumento da resistência à compressão do concreto é mais eficiente para ligações laje-pilar submetidas a maiores excentricidades de carga.

*Kruger* (1999), ensaiou sete ligações laje-pilar, sendo duas dessas, PP16A e PP16B, submetidas a mesma excentricidade de carregamento. Suas variáveis envolviam a taxa de armadura de flexão, sendo de 1,06% e 1,30%, respectivamente. Comparando os resultados obtidos entre esses espécimes, foi constatado um aumento de resistência à punção de 7%, enquanto que ocorreu uma redução de 10% na capacidade de deformação da laje. Ainda conforme o autor, ao comparar os espécimes submetidos a mesma excentricidade com diferenças em relação a ausência e a presença de armaduras de cisalhamento do tipo estribo aberto, lajes P16A e PP16A, respectivamente. Foram verificados aumentos na carga última e no deslocamento último, de 21% e 57%, nessa ordem. Além do mais, foi verificado a diferença entre a utilização de estribos abertos, PP16B, e “*studs*”, Anco16B, como armaduras de cisalhamento em lajes com momento desbalanceado, comprovando que a melhor ancoragem dos “*studs*” fornece maior capacidade resistente e de deformação, alcançando aumentos de 8% e 22%, respectivamente.

*Ferreira et al.* (2019), ao realizar uma série de oitos ensaios em ligações laje-pilar, alterando as taxas de armadura de cisalhamento e seu padrão de distribuição. Foi observado alto grau de fissuração radial e tangencial antes da falha nas lajes com armadura de cisalhamento e submetidas a carregamento excêntrico, enquanto que as lajes sem armadura de cisalhamento

falharam com baixo grau de fissuração, exibindo que a combinação de carregamento excêntrico e ausência de armadura de cisalhamento favorece modos de ruptura mais frágeis. Ainda foi verificado que os pinos colocados a uma distância de até 1,2d da face do pilar contribuem efetivamente para a resistência ao cisalhamento. Para a região oposta a excentricidade da carga, houve redução na tensão dos “*studs*”, consequentemente, a tensão media desenvolvida nas armaduras de cisalhamento reduziram em comparação com os casos com carga concêntrica. Os autores, ao comparar os resultados experimentais com os métodos de projeto do ACI 318 (2019), Eurocode 2 (2012) e *fib* Model Code 2010, constataram que esses métodos previsões de resistência são conservadoras para as ligações laje-pilar ensaiadas experimentalmente.

Analizando somente o efeito da excentricidade em lajes lisas sem armadura de cisalhamento e possuindo as mesmas taxas de armadura de flexão, Kruger (1999), ensaiou três espécimes variando esse parâmetro nos valores de 0 mm, 160 mm e 320 mm, espécimes P0A, P16A e P30A, respectivamente. Com isso, o autor constatou que conforme o aumento da excentricidade, ocorreram decréscimos de resistência de 22% e 36% e de deslocamento máximo de 24% e 44% em relação ao espécime com carga concêntrica, devido a maior solicitação no lado em que é aplicada a excentricidade.

## **2.3. Trabalhos Computacionais em Punção com Momento Desbalanceado**

### **2.3.1 Setiawan et al. (2019)**

Setiawan *et al.* (2019), propõem uma nova estratégia numérica de modelagem computacional para lajes lisas, sem amadura de cisalhamento, sujeitas a diferentes arranjos de carga e condições de contorno, além de investigar a distribuição de esforços no perímetro crítico das ligações laje-pilar. Com isso, os autores apresentam a verificação da punção por meio simulações não lineares com elementos do tipo “*joint*” e “*shell*”, realizadas no programa de análise estrutural ADAPTIC, baseando seu estudo na hipótese de Reissner-Mindlin. Nesse contexto, ainda foram realizadas comparações com as previsões da análise não linear, utilizando elementos do tipo “*solid*”, elaboradas no *software* ATENA.

A abordagem proposta simula a falha de punção usando os elementos do tipo “*joint*” posicionados ao redor do perímetro crítico retangular, afastado em  $d/2$  das faces do pilar, que falham localmente, quando a força de cisalhamento atinge a resistência de cisalhamento desses elementos, calculados de acordo com a teoria da fissura de cisalhamento critica (CSCT). Após

a falha inicial, é assumido o comportamento de amolecimento dos “*joint*”, seguindo o CSCT, permitindo que a carga adicional seja redistribuída para outros setores da laje.

No *software* ATENA, a malha de elementos finitos foi composta por elementos hexaédricos com oito nós, para a região com concreto, sendo essa discretizada com 10 elementos através da espessura da laje. Enquanto que para a malha utilizada nas armaduras são aplicados elementos unidirecionais com dois nós. Ainda foi usada a abordagem “*smeared crack*” combinada com o modelo de fissura rotacional do programa. Para representar a não linearidade do material, no concreto foi empregue o modelo “*CC3DNonLinCementitious2*”, já as armaduras são simuladas considerando o modelo elastoplástico “*Reinforcement EC2*”, com essas perfeitamente aderidas ao concreto. O carregamento dos modelos ocorreu por controle de força, utilizando o método de iteração Arc-Length.

Dessa forma, utilizando essas duas metodologias de modelagem, os autores analisaram computacionalmente vinte ensaios experimentais com punção simétrica, onze com punção assimétrica em relação ao eixo e dezesseis casos de punção excêntrica, realizados por Hawkins *et al.* (1989); Oliveira *et al.* (2004); Guandalini *et al.* (2009); Sagaseta *et al.* (2011); Ruiz *et al.* (2013); Clement *et al.* (2014) e Drakatos *et al.* (2016).

Para os casos de punção excêntrica, Setiawan *et al.* (2019), encontraram resultados satisfatórios em relação a previsão de carga última, por meio das duas propostas de modelagem computacional. Segundo os autores, os modelos apresentaram um padrão de fissuração semelhante ao observado experimentalmente, como apresentado na Figura 2.14.

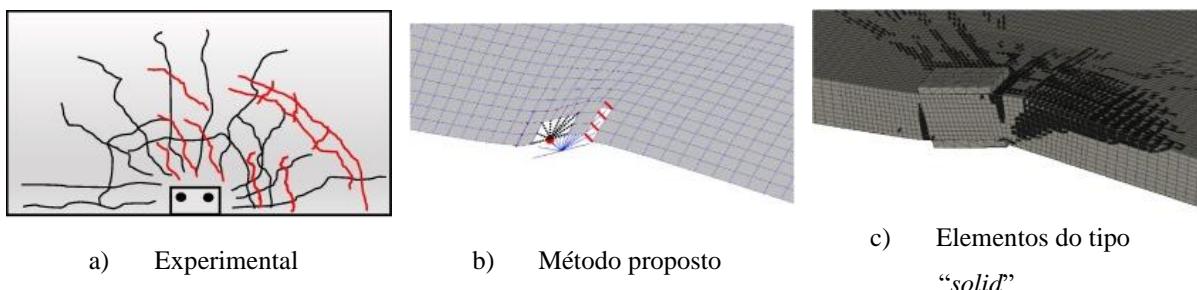


Figura 2.14 – Resultados computacionais de fissuração na ruptura por punção excêntrica de lajes lisas obtidos por (Setiawan *et al.*, 2019).

Ao analisarem as forças internas, a contribuição de cada mecanismo de resistência lateral pode ser quantificada em relação a rotação das ligações laje-pilar, foi verificado que a proporção de

momento desbalanceado transmitido por cisalhamento excêntrico é inicialmente em torno de 30-40%, porém ao falhar, ocorre a diminuição da contribuição do cisalhamento excêntrico, diminuição de 5-10%, e o aumento da contribuição por torção, Figura 2.15.

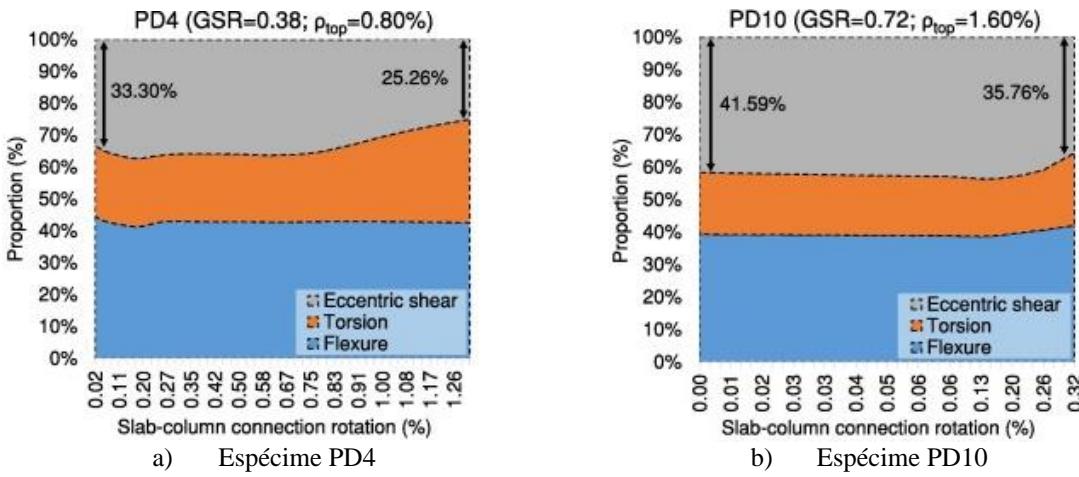


Figura 2.15 – Resultados da contribuição de cada mecanismo de resistência da ligação laje-pilar obtidos por Setiawan *et al.* (2019).

Com os resultados obtidos, Setiawan *et al.* (2019), concluíram que os modelos propostos foram capazes de simular com precisão a ruptura por punção de lajes lisas, sem armadura de cisalhamento, submetidas a diferentes arranjos de carregamento e condições de contorno, conseguindo respostas de carga versus rotação e modo de ruptura compatíveis com os resultados experimentais de outros autores. Sendo essa metodologia proposta adequada para a avaliação da punção em ligações laje-pilar.

### 2.3.2 Diao *et al.* (2021)

Diao *et al.* (2021), apresentam estudos experimentais e numéricos sobre o desempenho pré e pós-punção de ligações laje-pilar carregadas excentricamente e com restrições no plano. Na análise experimental foi explorado os efeitos de momentos desbalanceados no comportamento a punção e no modo de ruptura de lajes com variações na espessura e na taxa de armadura de flexão. Já a parte computacional foi conduzida com o objetivo de expandir a compreensão em relação aos efeitos das restrições no plano e dos diferentes níveis de excentricidade.

Os experimentos foram conduzidos em nove espécimes de ligações laje-pilar, sendo três séries com três espécimes cada. Em cada série foram considerados três níveis de excentricidade, 0 mm, 405 mm e 780 mm. A primeira série, denominada de SE, é formada pelos espécimes de

controle. A segunda, denominada de TE, é composta por espécimes com espessura reduzida em 20 mm. Já a terceira série foi conduzida com espécimes com maior taxa de armadura de flexão, denominada de RE. Na Figura 2.16, é apresentado o sistema de ensaio utilizado.



Figura 2.16 – Sistema de ensaio utilizado por Diao *et al.* (2021).

Os resultados experimentais obtidos pelos autores, indicam que o aumento da excentricidade ocasionou uma redução na resistência à punção de até 62%, em média, para a fase pós-punção não foram verificados efeitos significativos. Em relação a ruptura dos espécimes, tem-se que a excentricidade afetou significativamente a fissuração e o deslocamento, em os espécimes submetidos a momento desbalanceado apresentaram um padrão de fissuração excêntrico e sem sinais de alerta, com deslocamentos em torno de 14 mm.

Além disso, ao comparar as séries SE e TE, foi verificando que a espessura da laje possui grande influência na resistência à punção, reduzindo em até 40%, porém, após a punção esse parâmetro não provoca alterações no comportamento da laje. Quanto ao efeito da taxa de armadura de flexão, o aumento dessa provocou uma elevada rigidez das lajes, como observado ao comparar as séries SE e RE, porém ao garantir uma boa ancoragem da armadura em conjunto com a maior taxa, ocorre um impacto na capacidade pós-punção, indicando que esse aumento pode melhor a capacidade após a ruptura.

Em relação a análise computacional, foram realizados modelos de elementos finitos em 3D, utilizando o *software* LS-DYNA. Sendo implementada uma malha de elementos finitos na região de concreto com elementos de oito nós, possuindo um tamanho máximo de 15,5 mm, sendo com oito pontos de integração para a região próxima ao pilar e com um ponto de

integração para as demais regiões da laje. Nas armaduras foram usados elementos unidirecionais com dois nós e dois pontos de integração, possuindo uma malha com comprimento em torno de 20 mm. Para simular a propriedade do material foi utilizado o modelo constitutivo “\*MAT\_159/\*MAT\_CSCM”. Enquanto que para as armaduras foi empregue o modelo de material elástico-plástico isotrópico “\*MAT\_Piecewise\_Linear\_Plasticity”. Os efeitos de deslizamento e aderência entre o concreto e aço foram considerados por meio da aplicação da condição “\*CONSTRAINED BEAM IN SOLID”. O carregamento foi aplicado com o controle de deslocamento.

Na calibração dos modelos computacionais com base nos resultados experimentais, foram obtidas previsões médias de 0,98 (2%) e 0,94 (6%) para os valores de resistência à punção no pico e no pós pico. Posteriormente, foi realizada a análise paramétrica, sendo verificada a influência de diferentes níveis de restrição lateral, por meio da aplicação de molas com distintas rigidez no contorno da laje. Com isso, obteve-se resultados que apresentam o aumento da capacidade de resistência das lajes e uma diminuição dos deslocamentos, conforme é elevado o nível das restrições laterais.

Ao analisar variações de excentricidade em espécimes com viga de contorno e modelos simplesmente apoiados. Comparando os resultados computacionais desses modelos com as previsões normativas, os autores identificaram que as prescrições de projeto apresentam que a resistência diminui linearmente com o aumento da excentricidade, porém os resultados numéricos exibem uma interação tri linear, em que a resistência permanece aproximadamente a mesma com excentricidades de até 200 mm, entre 200 mm a 1000 mm a resistência diminui linearmente com o aumento do momento desbalanceado, e para excentricidades maiores que 1000 mm a resistência tende a diminuir com um momento desbalanceado constante, conforme apresentado na Figura 2.17.

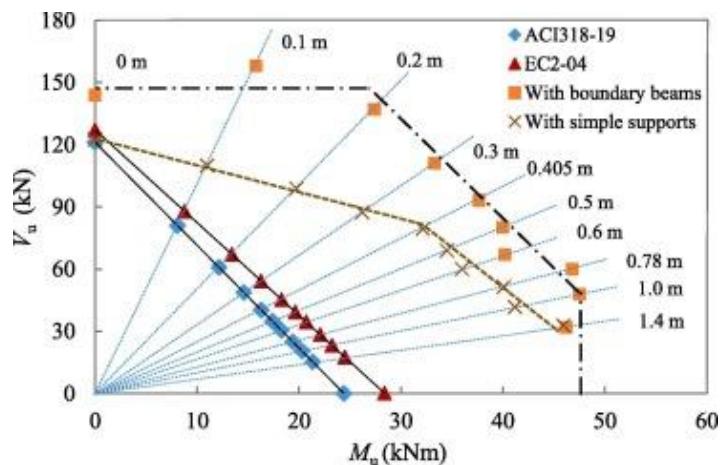


Figura 2.17 – Resultados do diagrama de interação da força cortante e do momento desbalanceado obtidos por Diao *et al.* (2021).

Com os resultados obtidos, os autores concluíram que a excentricidade provoca reduções de resistência à punção e afetam a fissuração, tornando essa assimétrica e menos perceptível, no entanto, tem pouco efeito na capacidade pós-punção. Além disso, as restrições laterais resultam em forças compressivas que proporcionam maior rigidez a flexão e aumentam a capacidade resistente das lajes. Ainda foi identificado que tanto o ACI quanto o Eurocode 2 fornecem previsões de resistência excessivamente conservadoras, ao comparar com as prevista pelos modelos simplesmente apoiados e os com vigas de contorno.

### 2.3.3 Mendes *et al.* (2024)

Mendes *et al.* (2024), apresentam em seu trabalho resultados de uma investigação computacional do comportamento mecânico de lajes lisas submetidas a momentos balanceados e desbalanceados. Para isso, foi utilizado modelos numéricos de elementos finitos, sendo esses validados com os resultados experimentais apresentados por Ferreira *et al.* (2019). Nesse sentido, foi explorado o efeito do momento desbalanceado em lajes lisas de concreto armado, comparada a resistência à punção estimada numericamente com os valores calculados seguindo as prescrições normativas atuais, além de avaliar a distribuição de fissuras, deslocamentos verticais e deformações na ruptura.

Com isso, inicialmente, os autores elaboraram uma estratégia de modelagem utilizando o *software* ATENA, para reproduzir o comportamento e a resistência última das lajes carregadas concentricamente e excentricamente, espécimes LS05 e LS06, respectivamente, ensaiadas por Ferreira *et al.* (2019). Espécimes esses que possuíam a mesma geometria e mesma configuração

das armaduras, Figura 2.18, mudando somente a aplicação do carregamento, sendo aplicado com diferenças conforme a direção, norte-sul e leste -oeste. As ligações laje-pilar foram testadas experimentalmente utilizando o sistema de ensaio exibido na Figura 2.19.

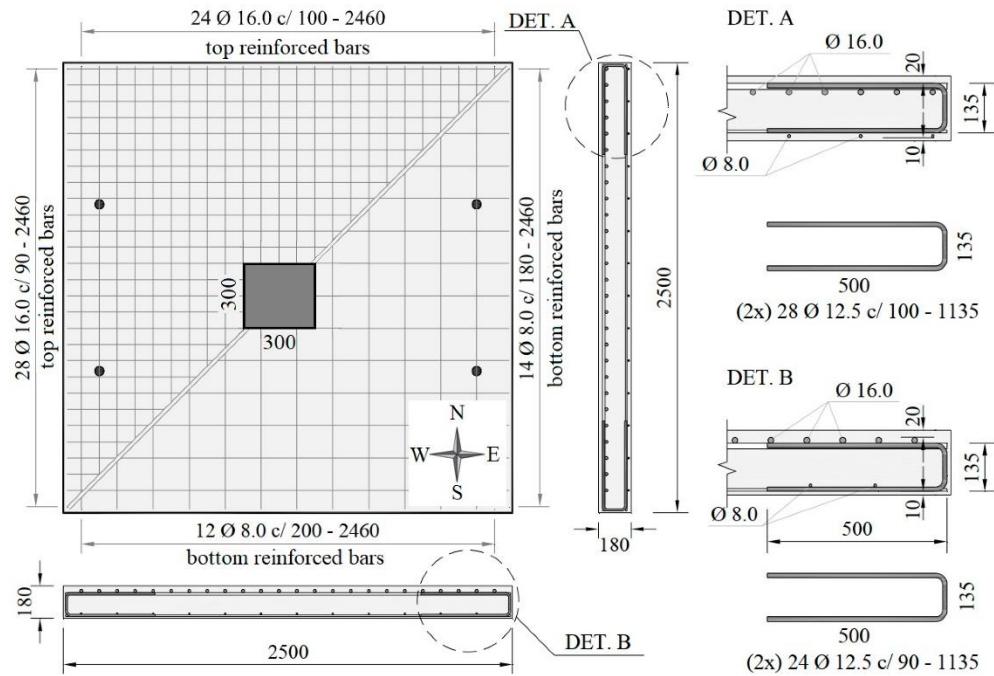


Figura 2.18 – Geometria e detalhamento das armaduras das lajes LS05 e LS06 (Ferreira *et al.*, 2019).

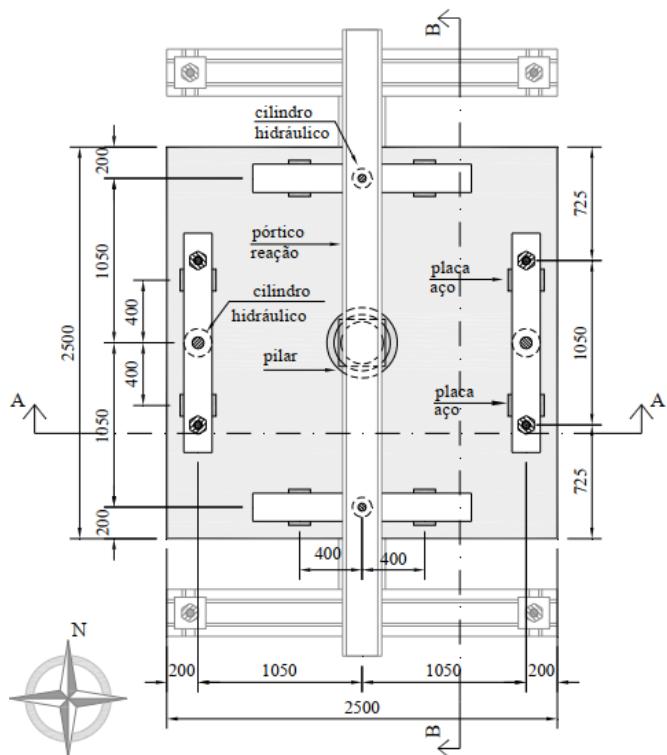


Figura 2.19 – Sistema de ensaio utilizado por Ferreira *et al.* (2019).

No modelo computacional elaborado por Mendes *et al.* (2024), foram realizados testes em relação a simetria, adotando as condições de contorno apresentadas na Figura 2.20 para a laje LS05. A malha de elementos finitos foi discretizada com dimensões máximas de 25 mm para o concreto e para as armaduras, sendo usados elementos hexaédricos com oito nós e unidireccionais com dois nós, respectivamente, somente para as placas foram empregues elementos tetraédricos com 50 mm. Para simular o comportamento do concreto foi utilizado o modelo “CC3DNonLinCementitious2”, sendo realizada a calibração do material levando em consideração a resistência à tração, o modulo de elasticidade e a energia de fratura. Já o aço foi simulado considerando o modelo elastoplástico “Reinforcement EC2”, adotando a aderência perfeita entre as armaduras e o concreto. A aplicação do carregamento foi feita por controle de deslocamento, utilizando o método de iteração Newton-Raphson.

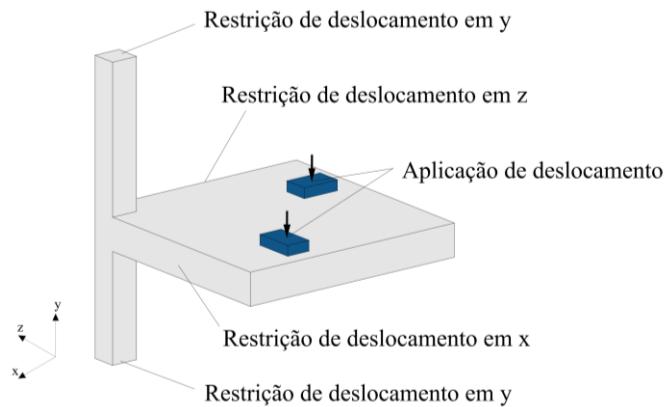


Figura 2.20 – Condições de contorno do modelo computacional da laje LS05 aplicado por Mendes *et al.* (2024).

Após calibrar o modelo de forma a reproduzir com precisão o comportamento e a resistência à punção dos espécimes LS05 e LS06. Utilizando o modelo com punção excêntrica, foi realizado um estudo paramétrico para avaliar o comportamento da ligação laje-pilar quando submetido a diferentes níveis de momentos desbalanceados, conforme apresentado na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Modelos de elementos finitos e momentos desbalanceados avaliados no estudo paramétrico por Mendes *et al.* (2024).

Posição	Valor médio	Grupo 1				Grupo 2				Grupo 3	
		N1	N2	N3	N4	S1	S2	S3	S4	EW1	EW2
Norte	0,163	0,170	0,180	0,190	0,200	0,163	0,163	0,163	0,163	0,163	0,163
Sul	0,042	0,042	0,042	0,042	0,042	0,030	0,020	0,010	0,005	0,042	0,042
Leste / Oeste	0,103	0,103	0,103	0,103	0,103	0,103	0,103	0,103	0,103	0,120	0,130

Com os resultados obtidos, os autores mostram a ocorrência de diminuição na carga última para os grupos 1, 2 e 3, enquanto que a resposta da rotação divergiu entre esses, no grupo 1 houve a diminuição da rotação máxima, já no grupo 2 houve o aumento dessa, e no grupo 3 a rotação manteve-se próxima do modelo de referência. Dessa forma, segundo Mendes *et al.* (2024), os resultados do estudo paramétrico confirmam que o aumento do momento desbalanceado tem impacto negativo na resistência à punção. Além disso, ao comparar os resultados dos grupos 1, 2 e 3 com as previsões normativas do ACI 318 e do EC2, foram verificados resultados conservadores dessas prescrições.

## 2.4. Prescrições Normativas

Como já mencionada nos capítulos anteriores, a maioria das normas verifica a resistência à punção de lajes lisas, limitando a tensão de cisalhamento nominal em um perímetro crítico definido a uma determinada distância da área carregada. Deve-se destacar que o perímetro crítico não é diretamente relacionado a superfície de ruptura por punção, variando conforme a norma. Nesse sentido, a tensão de cisalhamento admissível normalmente é expressa como uma função da resistência à compressão do concreto, altura útil da laje, taxa de armadura de flexão e de cisalhamento. Dessa forma, esse capítulo apresenta as formulações utilizadas para determinar a resistência à punção em ligações laje-pilar internas de acordo com as diferentes prescrições normativas para projeto de estruturas de concreto armado.

### 2.4.1 ACI 318 (2019)

O ACI 318 (2019) estabelece que a resistência ao cisalhamento bidirecional seja determinada no perímetro crítico afastado a  $d/2$  do pilar, caso seja necessário, realizar mudanças na espessura da laje lisa, para situações sem armadura de cisalhamento. Na Figura 2.21 é apresentado o perímetro crítico utilizado em casos de lajes apoiadas em pilares quadrados.

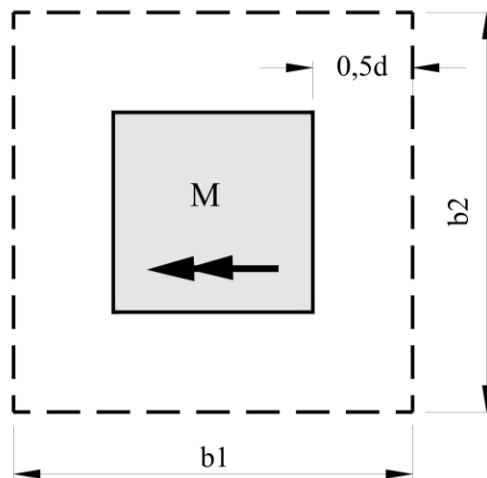


Figura 2.21 – Perímetro crítico localizado a  $d/2$  em relação a face do pilar interno (ACI 318, 2019).

A resistência ao cisalhamento bidirecional para uma laje lisa sem armadura de cisalhamento, é calculado por meio da Equação 2.3.

$$v_c = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,33 \\ 0,17 \left( 1 + \frac{2}{\beta} \right) \\ 0,083 \left( 2 + \frac{a_s d}{b_0} \right) \end{array} \right\} \lambda_s \lambda \sqrt{f'_c} \quad \text{Equação 2.3}$$

Sendo o “size effect” ( $\lambda_s$ ) dado pela Equação 2.4.

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1 + 0,004 \cdot d}} \leq 1,0 \quad \text{Equação 2.4}$$

Onde:

$\beta$ = É a razão entre o maior e o menor lado do pilar.

$a_s$ = Refere-se a um fator para a seção crítica, levando em consideração a disposição do pilar, sendo igual a 40 para pilares internos, 30 para pilares de borda e 20 para pilares de canto.

$d$ = É a profundidade efetiva da laje, sendo igual a distância entre a fibra mais comprimida ao centroide da armadura de flexão.

$\lambda$ = 1 para concreto de densidade normal e varia entre 0,75 e 1,0 para concretos de baixa densidade.

Nesse sentido, o concreto submetido a esforços de cisalhamento, como o que ocorre em ligações laje-pilar, deve satisfazer a seguinte condição de dimensionamento apresentada na Equação 2.5.

$$\nu_n \geq \nu_u$$

Equação 2.5

Além disso, tem-se que tensão solicitante na ligação laje-pilar depende da carga transferida da laje para o pilar, podendo essa ser concêntrica ou excêntrica. Em caso com excentricidade, o momento fletor ocasiona um aumento na tensão solicitante em alguns trechos do perímetro crítico, enquanto que outros apresentam uma diminuição de solicitação. Dessa forma, é necessário analisar a tensão solicitante ao longo de todo o perímetro crítico, considerando duas componentes de momentos fletores e verificando qual seria o maior valor absoluto de solicitação para o dimensionamento à punção. Na Figura 2.22 é exibido as tensões de cisalhamento nos quatro trechos do perímetro crítico de ligações laje-pilar internos.

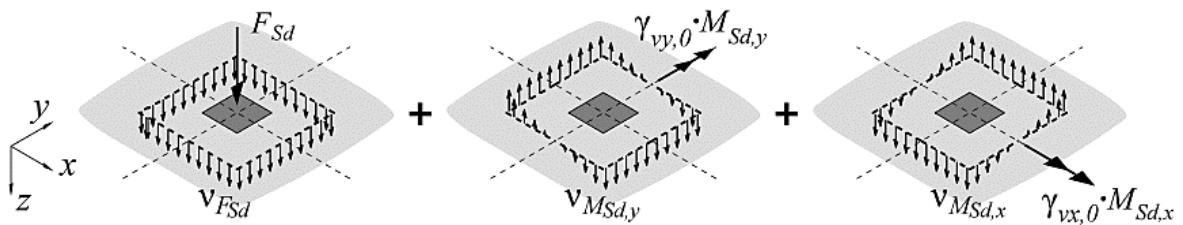


Figura 2.22 – Tensões solicitantes no perímetro crítico de ligações laje-pilar internas (Santos, 2018).

Com isso, quando existe transferência de momento fletor na ligação laje-pilar, o valor máximo da tensão de cisalhamento solicitante é calculado utilizando a Equação 2.6.

$$\nu_u = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v \cdot M_u \cdot c}{J_c}$$

Equação 2.6

Em que o parâmetro  $\gamma_v$  é obtido pela Equação 2.7.

$$\gamma_v = (1 - \gamma_f)$$

Equação 2.7

Sendo  $\gamma_f$  dado pela Equação 2.8.

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}} \quad \text{Equação 2.8}$$

Onde:

$V_u$  = É a força cortante solicitante na ligação laje-pilar.

$M_u$  = É o momento fletor solicitante na ligação laje-pilar.

$c$  = É a excentricidade do perímetro crítico.

$b_1$  e  $b_2$  = São as dimensões da seção crítica na direção da aplicação do momento fletor e na direção perpendicular a essa, respectivamente.

De acordo com o ACI 318 (2019), o valor de  $\gamma_f$  depende diretamente da localização da ligação e da direção do vão, podendo ser aumentado, caso a tensão de cisalhamento nominal fatorada,  $v_{uv}$ , não exceder a porcentagem da resistência ao cisalhamento  $v_c$  e a tensão de tração líquida dentro da largura efetiva da laje,  $\varepsilon_t$ , excede a tensão de cedência na armadura,  $\varepsilon_{ty}$ , mais uma determinada constante, conforme apresentado na Tabela 2.2. Para pilar quadrado, o  $\gamma_f$  máximo é igual a 1,0 para ligações com pilar de borda analisadas perpendicularmente à borda livre e ligações internas em qualquer vão. O  $\gamma_f$  não modificado para um pilar quadrado é igual a 0,6.

Tabela 2.2 – Valores modificados de  $\gamma_f$  para lajes bidirecionais (Adaptado ACI 318, 2019).

Localização do pilar	Direção do vão	$v_{uv}$	$\varepsilon_t$	Máxima Modificação $\gamma_f$
Pilar de canto	Qualquer direção	$\leq 0,5\Phi v_c$	$\leq \varepsilon_t + 0,003$	1,0
	Perpendicular a borda	$\leq 0,75\Phi v_c$	$\leq \varepsilon_t + 0,003$	1,0
Pilar de borda	Paralelo a borda	$\leq 0,4\Phi v_c$	$\leq \varepsilon_t + 0,008$	$\frac{1,25}{1 + \left(\frac{2}{3}\right) \sqrt{\frac{b_1}{b_2}} \leq 1,0}$
Pilar interno	Qualquer direção	$\leq 0,4\Phi v_c$	$\leq \varepsilon_t + 0,008$	$\frac{1,25}{1 + \left(\frac{2}{3}\right) \sqrt{\frac{b_1}{b_2}} \leq 1,0}$

Para pilares internos a área de concreto do perímetro crítico ( $A_c$ ) e a propriedade geométrica da seção crítica ( $J_c$ ), análoga ao momento polar de inércia da seção crítica em relação aos eixos de ação do momento fletor ( $M_u$ ), podendo ser calculados através das Equação 2.9 e 2.10, respectivamente.

$$A_c = 2d \cdot (c_1 + c_2 + 2d) \quad \text{Equação 2.9}$$

$$J_c = \frac{d(c_1 + d)^3}{6} + \frac{(c_1 + d)d^2}{6} + \frac{d(c_2 + d)(c_1 + d)^2}{2} \quad \text{Equação 2.10}$$

Onde:

$c_1$  e  $c_2$  = São o comprimento da face do pilar na direção de análise e o comprimento da face do pilar no plano perpendicular a análise, respectivamente.

#### 2.4.2 ABNT NBR 6118 (2023)

A ABNT NBR 6118 (2023) utiliza um modelo de cálculo que leva em consideração a verificação do cisalhamento em dois ou mais perímetros críticos, dependendo da presença ou não de armaduras de cisalhamento, esses que são definidos na região ao redor das forças concentradas. Sendo o perímetro crítico  $u_0$  definido no contorno do pilar ou da área carregada, já o perímetro crítico  $u_1$  é definido com um afastamento de  $2d$  das faces do pilar ou da área carregada, conforme representado na Figura 2.23.

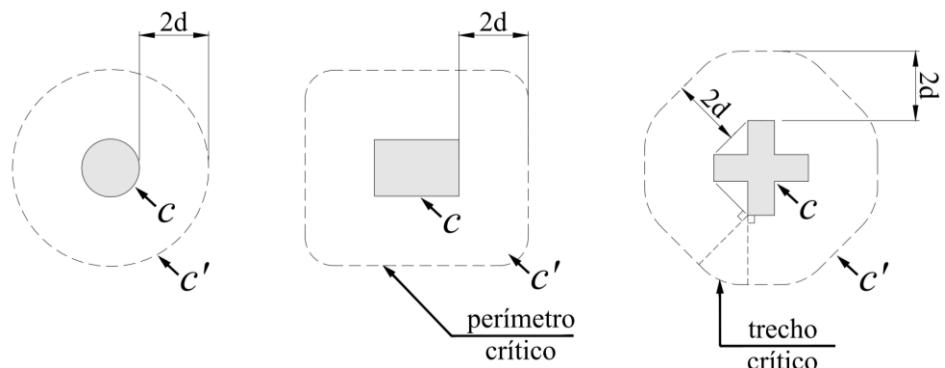


Figura 2.23 – Perímetro crítico em pilares internos  
(ABNT NBR 6118, 2023).

A tensão solicitante na ligação laje-pilar é influenciada pela carga transferida da laje para o pilar, podendo essa ser concentrada ou apresentar excentricidade. De acordo com a ABNT NBR 6118 (2023), o efeito de assimetria deve ser considerado, quando ocorre transferência de momento fletor da laje para o pilar, já que essa solicitação provoca variações na distribuição de tensões em diferentes trechos do perímetro crítico, aumentando a solicitação no lado com excentricidade e diminuindo do lado oposto, podendo até provocar a inversão de esforços.

De acordo com Santos (2018), é preciso verificar a tensão solicitante em quatro trechos do perímetro crítico, considerando duas componentes de momentos fletores, em que o maior valor absoluto entre essas seja analisado para a determinação da resistência à punção. Na Figura 2.24, são apresentadas as tensões cisalhantes nos quatro trechos do perímetro crítico para ligações laje-pilar internas.

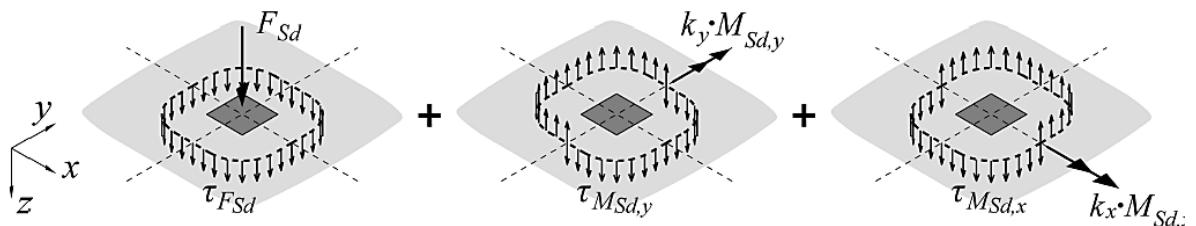


Figura 2.24 – Dedução da tensão solicitante máxima em ligações laje-pilar internas (Santos, 2018).

Para considerar o efeito da assimetria na punção excêntrica, a norma estabelece a Equação 2.11, apresenta abaixo:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u \cdot d} + \frac{K \cdot M_{Sd}}{W_p \cdot d} \quad \text{Equação 2.11}$$

Sendo  $d$  dado pela Equação 2.12.

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad \text{Equação 2.12}$$

Onde:

$F_{Sd}$ = É a força ou reação solicitante de cálculo.

$u$ = É o perímetro da superfície crítica.

$d$ = É a altura útil da laje ao logo do contorno crítico  $C'$ , externo ao contorno,  $C$  da área de aplicação da força e deste distante  $2d$  no plano da laje.

$d_x$  e  $d_y$ = São as alturas uteis nas direções ortogonais.

$K$ = É o coeficiente que fornece a parcela de momento transmitida ao pilar por cisalhamento.

$M_{Sd}$ = É o momento solicitante de cálculo.

$W_p$ = É o modulo de resistência plástica do perímetro crítico.

O coeficiente  $K$  depende diretamente da relação entre  $C_1/C_2$ , em que  $C_1$  corresponde a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força e  $C_2$  é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força. A Tabela 2.3 apresenta os valores de  $K$  para diferentes proporções entre os lados do pilar, vale ressaltar que para pilares circulares é adotado  $K = 0,6$ .

Tabela 2.3 – Valores de  $K$  (ABNT NBR 6118, 2024).

$C_1/C_2$	0,5	1,0	2,0	3,0
$K$	0,45	0,60	0,70	0,80

Para calcular o módulo de resistência plástica do perímetro crítico ( $W_p$ ) é utilizada a Equação 2.13 para pilares retangulares e a Equação 2.14 para pilares circulares.

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 + 4 \cdot C_2 \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot C_1 \quad \text{Equação 2.13}$$

$$W_p = (D + 4d)^2 \quad \text{Equação 2.14}$$

Onde:

$D$ = Corresponde ao diâmetro do pilar.

A verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica  $C$ , correspondente ao contorno do pilar, em lajes submetidas a punção com ou sem armadura, é realizada por meio da Equação 2.15.

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27 \cdot a_v \cdot f_{cd} \quad \text{Equação 2.15}$$

Sendo  $a_v$  dado pela Equação 2.16.

$$a_v = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \quad \text{Equação 2.16}$$

Onde:

$\tau_{Rd2}$ = É a tensão resistente à compressão diagonal de cálculo do concreto.

$f_{ck}$ = É a resistência à compressão característica do concreto.

$f_{cd}$ = É a resistência à compressão de cálculo do concreto.

Além da verificação no perímetro do pilar, deve ser realizado o cálculo da tensão resistente na superfície critica  $C'$ , para lajes sem armadura de punção, utilizando a Equação 2.17.

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \cdot K_e \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \quad \text{Equação 2.17}$$

Sendo  $K_e$  dado pela Equação 2.18 e  $\rho$  pela Equação 2.19.

$$K_e = (1 + \sqrt{20/d}) \leq 2 \quad \text{Equação 2.18}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq 0,02 \quad \text{Equação 2.19}$$

Onde:

$K_e$ = É um parâmetro que considera o efeito de escala.

$d$ = É a altura útil da laje ao longo do contorno crítico da área de aplicação da força, em centímetros.

$\rho$ = É a taxa geométrica de armadura de flexão aderente.

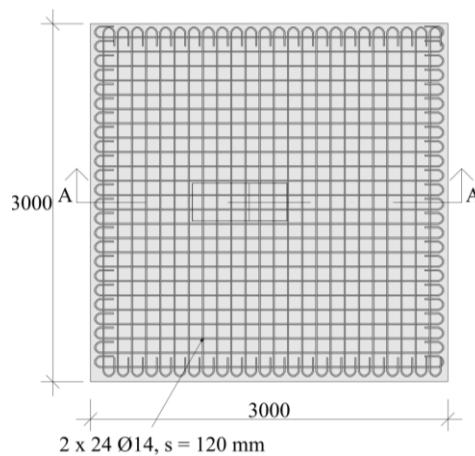
$\rho_x$  e  $\rho_y$ = São as taxas de armadura nas duas direções ortogonais, calculadas como igual a dimensão do pilar acrescida de 3d para cada um dos lados.

### **3. METODOLOGIA**

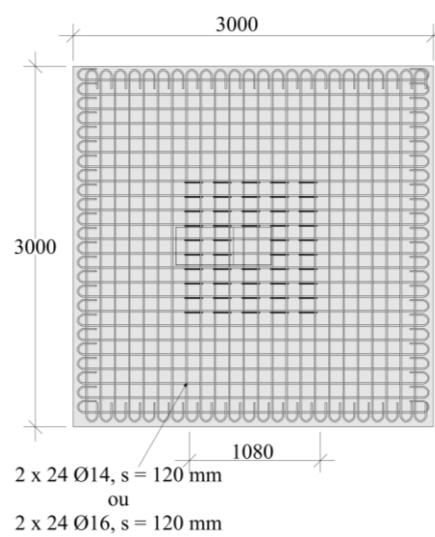
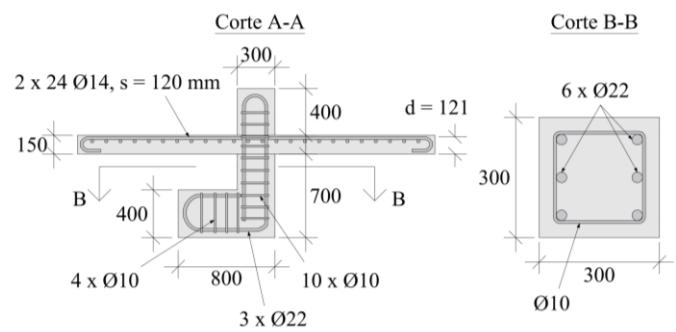
Neste capítulo é realizada a descrição da metodologia proposta para permitir a análise paramétrica. Inicialmente, são apresentados aspectos gerais da investigação experimental de Kruger (1999), esse que ensaiou ligações laje-pilar submetidas a momento desbalanceado, sendo esse trabalho utilizado com referência para os modelos computacionais. Posteriormente, é exibida uma proposta de modelagem computacional, apresentando os testes a serem realizados em relação as condições de contorno, ao tamanho da malha de elementos finitos e as propriedades dos materiais. Além disso, são apresentados os resultados da calibração para o espécime PP16A, para então aplicar o método de modelagem computacional para as outras ligações laje-pilar ensaiadas por Kruger (1999), e validar os resultados para esse ensaio. Por fim, são descritos os modelos para a análise paramétrica de punção em lajes lisas com momento desbalanceado e as considerações realizadas para a modelagem dos mesmos.

#### **3.1. Descrição da Investigação Experimental de Referência – Kruger (1999)**

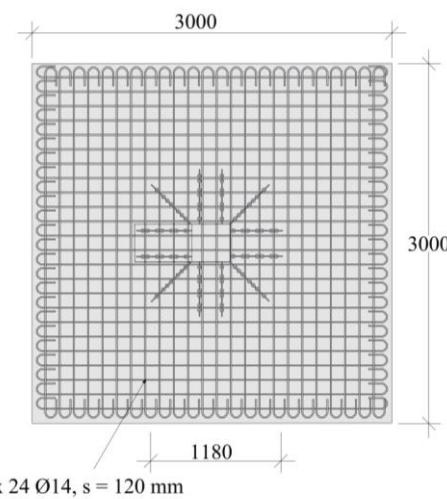
Em seu estudo, Kruger (1999), buscou analisar o efeito do momento desbalanceado na resistência à punção de ligações laje-pilar internas com e sem armadura de cisalhamento, projetadas em escala real. Para isso, foi utilizado um programa experimental com sete lajes, possuindo diferentes taxas de armadura de flexão, variando entre 1,0% e 1,3%; utilizando diferentes armaduras de cisalhamento, sendo usados o tipo estribo de duas pernas e o tipo conector de aço, como detalhamento apresentado na Figura 3.1; além de aplicar variadas excentricidades de carregamento, 0 mm, 160 mm e 320 mm, conforme os parâmetros apresentados na Tabela 3.1.



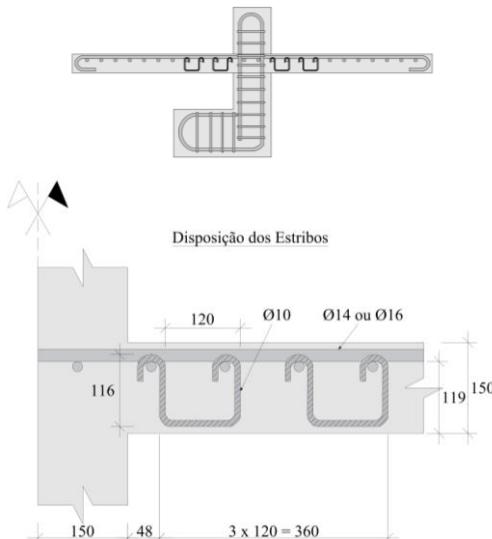
a) Detalhamento das armaduras nas ligações laje-pilar sem armadura de cisalhamento



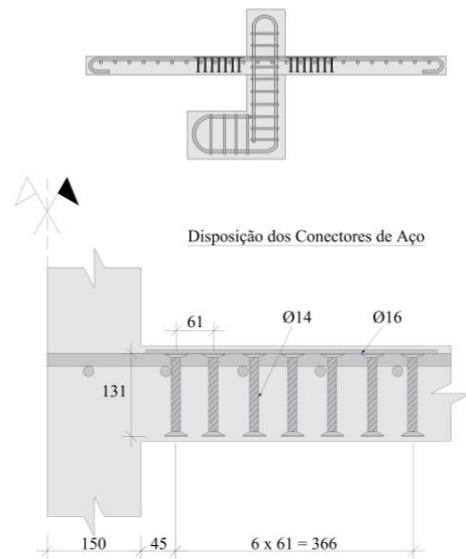
2 x 24 Ø14, s = 120 mm  
ou  
2 x 24 Ø16, s = 120 mm



2 x 24 Ø14, s = 120 mm



b) Detalhamento das armaduras nas ligações laje-pilar com estribo de duas pernas



c) Detalhamento das armaduras nas ligações laje-pilar com conectores de aço

Figura 3.1 – Detalhamento das armaduras dos espécimes de ligações laje-pilar (adaptado de Kruger, 1999).

Tabela 3.1 – Principais parâmetros de cada espécime de ligação laje-pilar ensaiada experimentalmente por Kruger (1999).

Espécime	Excentricidade $e$ (mm)	Armadura de Flexão	Armadura de Cisalhamento	Propriedades do Concreto			
				$f_{cm}$ (MPa)	$f_{ctm}$ (MPa)	$E_{cm}$ (GPa)	
P0A	0	1,0% $\varnothing 14$ $s = 120\text{mm}$	Não possui	34,6	2,6	33,9	
P16A	160			38,6	2,6	35,6	
P30A	320			30,4	2,6	32,1	
PP16A	160	1,3% $\varnothing 16$ $s = 120\text{mm}$	48 estribos $\varnothing 10$ (96 pernas)	37,7	2,5	31,4	
PP0B	0			46,1	2,8	35,5	
PP16B	160			39,5	2,4	32,4	
Anco16B	160		84 conectores $\varnothing 14$		35,2	2,3	-

O autor ensaiou as sete lajes de dimensões 3000 x 3000 x 150 mm com um pilar quadrado de 300 x 300 mm, introduzindo o carregamento vertical para baixo localizado excentricamente ao pilar, aplicando simultaneamente a força vertical e o momento no pilar, estando a laje simplesmente apoiada em vigas de aço com os cantos livres para levantar, Figura 3.2. Durante cada teste, o carregamento foi aplicado em passo de 40 kN, sendo mantida as deformações constantes cerca de 10 a 15 minutos por passo de carga, ainda foi aumentada a deformação para registrar o pós-pico das lajes, terminando os ensaios quando o pilar penetrava na laje ou quando a rotação da coluna excedesse 5%.

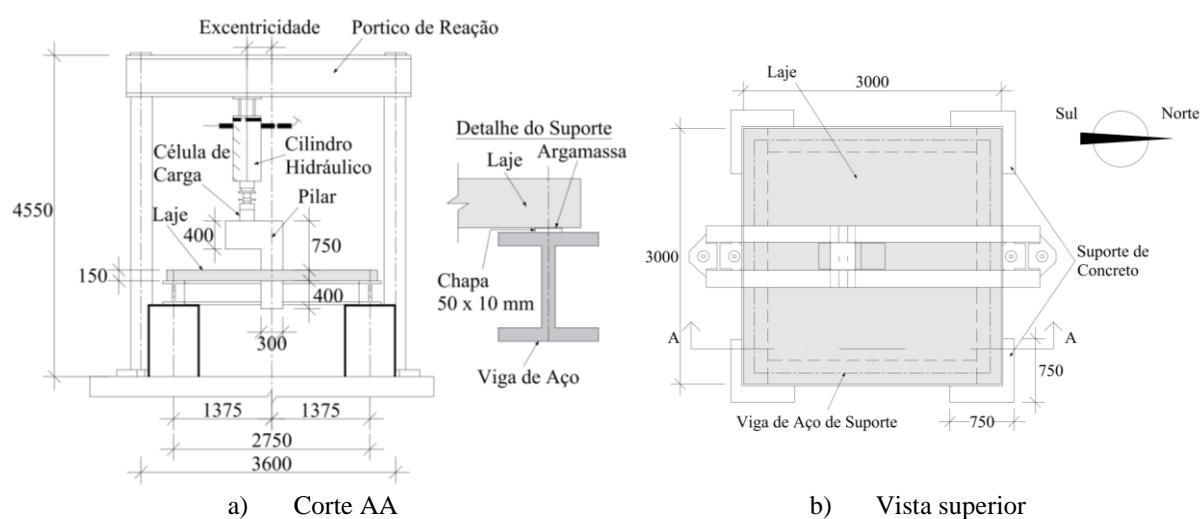


Figura 3.2 – Sistema de ensaio (adaptado de Kruger, 1999).

### 3.2. Proposta de Método de Modelagem Computacional

#### 3.2.1. Geometria e Condições de Contorno do Modelo

Inicialmente para a ligação laje-pilar PP16A, ao qual foi objeto de calibração nesse estudo, foram realizados modelos completos. Devido à complexidade do sistema de ensaio utilizado por Kruger (1999), em que as lajes são simplesmente apoiadas sobre vigas metálicas e tais vigas ficam sujeitas a se deslocarem, já que essa são apoiadas somente nas suas extremidades por blocos de concreto; foram realizados testes no modelo computacional em relação a essa condição de apoio.

Dessa forma, para o primeiro modelo foi utilizada uma restrição de deslocamento vertical (direção Z), localizada ao longo do eixo onde estaria a viga metálica, Figura 3.3, sendo o carregamento aplicado em uma placa de aço no topo do pilar, conforme realizado no ensaio experimental, e verificação da força de reação foi feita através da aplicação de monitores ao longo do eixo em que foram colocadas as restrições de apoio, fazendo o somatório dos mesmos.

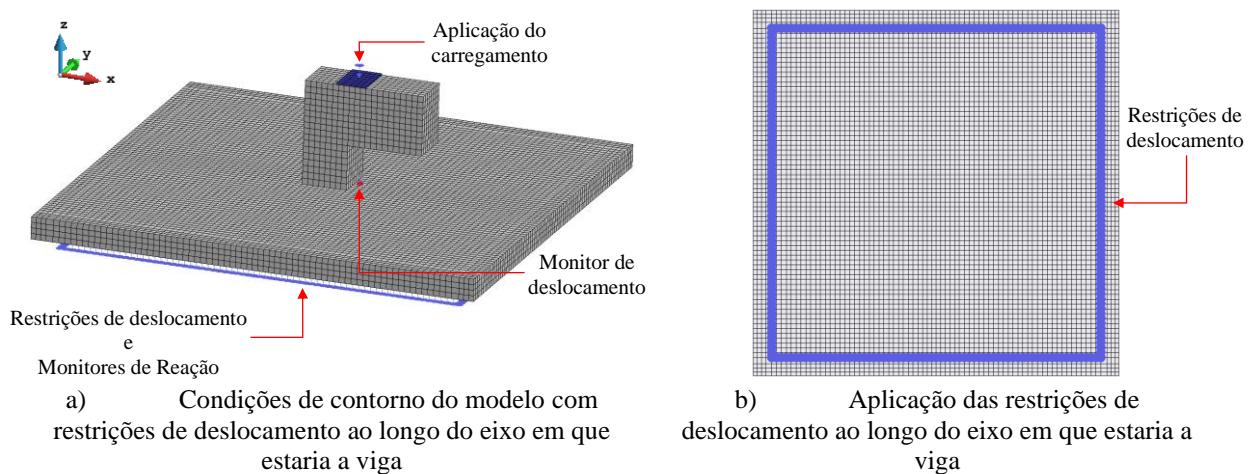


Figura 3.3 – Modelo computacional com restrições de deslocamento ao longo do eixo em que estaria a viga metálica.

Já para o segundo modelo foi realizada a modelagem da viga metálica como um sólido e feito o uso do material interface, aplicado a uma superfície de contato entre a viga e a laje, sendo restringido o deslocamento vertical da viga (direção Z) em suas extremidades, Figura 3.4, a aplicação de carregamento ocorreu da mesma forma como apresentado anteriormente e a força de reação foi mensurada por meio de monitores aplicados na mesma área em que foi restringido o deslocamento vertical das vigas, realizando o somatório dessas.

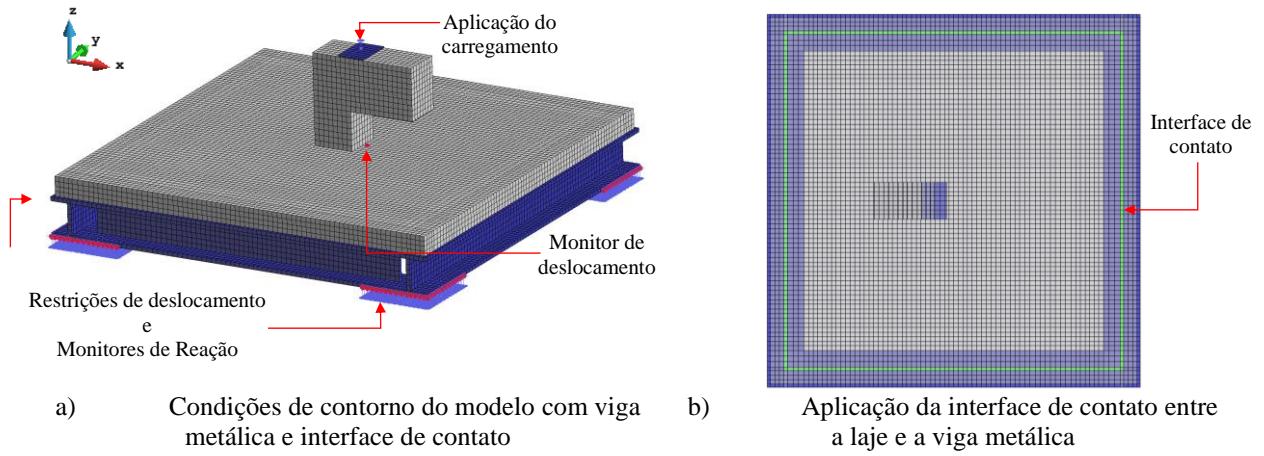


Figura 3.4 – Modelo computacional com viga metálica e interface de contato.

Ainda foi produzido um modelo computacional levando em consideração o plano de simetria na direção norte-sul, sendo aplicadas restrições de deslocamento horizontais na direção Y das faces alinhadas com o plano de simetria norte-sul, Figura 3.5, a fim de avaliar a utilização desse em comparação ao modelo completo, para permitir a redução do custo computacional da análise estrutural.

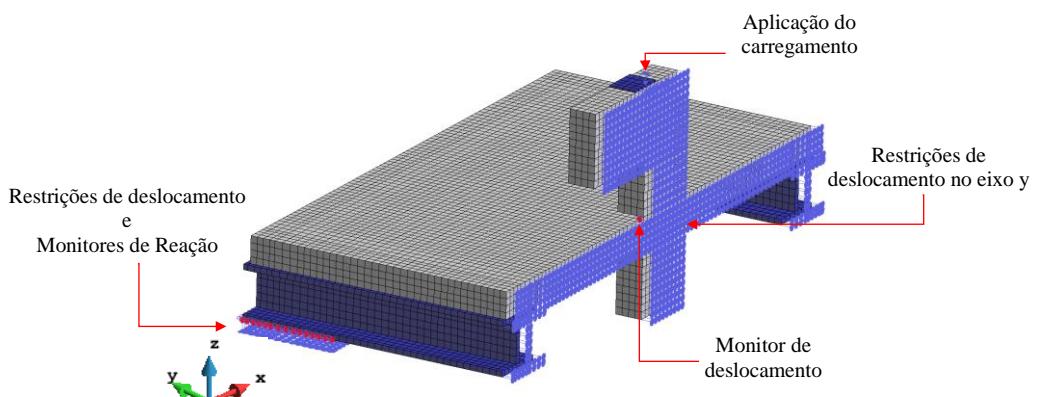


Figura 3.5 – Condições de contorno do modelo considerando o plano de simetria.

Para todos os modelos foi considerada a aderência perfeita entre o concreto e o aço das armaduras, sendo as armaduras modeladas como elementos de barra 1D, tanto as de flexão como as de cisalhamento, conforme apresentado na Figura 3.6. Para o contato entre a placa de carregamento com o concreto, essas foram fixadas na área de contato entre si. Em relação aos deslocamentos verticais do ensaio, esses foram medidos em onze pontos de referência distribuídos ao longo do eixo de simetria na direção norte-sul, conforme apresentado na Figura 3.7, sendo os maiores valores de deslocamento vertical verificados no ponto 5, esse que foi utilizado para estabelecer a curva carga versus deslocamento.

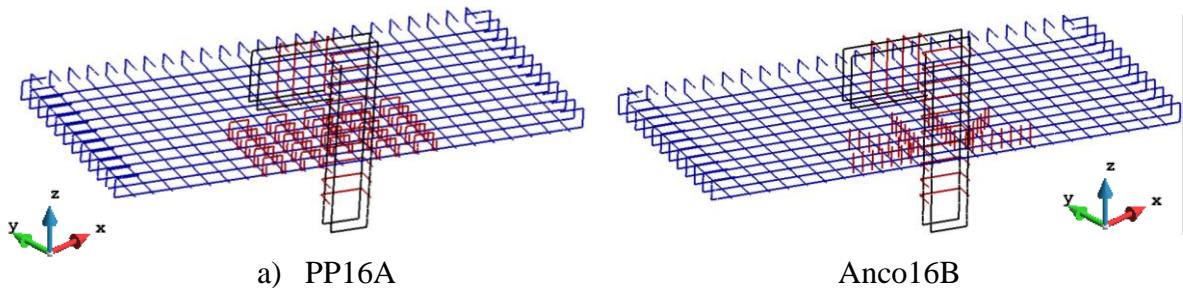


Figura 3.6 – Disposição das armaduras de flexão e cisalhamento.

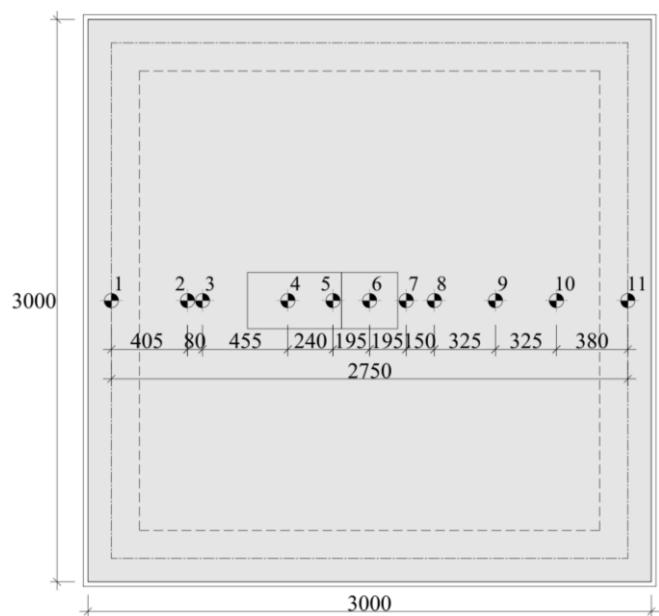


Figura 3.7 – Posição dos pontos de aferição de deslocamentos verticais das lajes.  
(adaptado de Kruger, 1999).

### 3.2.2. Malha de Elementos Finitos

No ATENA, são disponibilizados vários tipos de elementos finitos para elementos 1D a 3D. Para a malha utilizada nos elementos sólidos de concreto e aço, foi empregue elementos hexaédricos do tipo “*CSIsoBrick*”, ao qual pode possuir uma variação de oito nós, sendo cada um localizado nos vértices do elemento, ou com vinte nós, sendo um em cada vértice, acrescidos de nós intermediários, como apresentado na Figura 3.8. Neste trabalho, foi adotado a variação com oito nós, possuindo assim, oito pontos de integração e de interpolação linear, modelo esse que é usual para esse tipo de modelagem, já utilizado por autores como Mamede *et al.* (2012); Belletti *et al.* (2014); Shu *et al.* (2015); Navarro *et al.* (2018); Setiawan (2019); e Mendes *et al.* (2024).

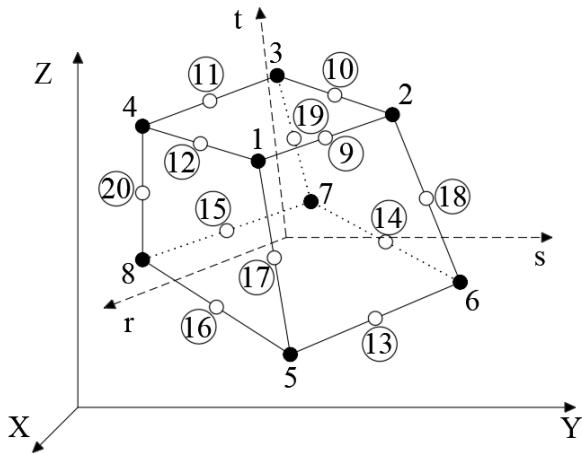


Figura 3.8 – Representação do elemento “*CSIsoBrick*”  
(adaptado de Cervenka *et al.*, 2021).

Em relação as armaduras, essas foram idealizadas em elementos de treliça 1D, sendo utilizados elementos finitos do tipo “*CCIsoTruss*”, que são capazes de resistir a esforços de tração e compressão, apresentando variações com dois ou três nós, com dois nas extremidades e um intermediário, Figura 3.9. Para este trabalho foi utilizada a variação com dois nós, como também adotado pelos autores Setiawan (2019); e Mendes *et al.* (2024).

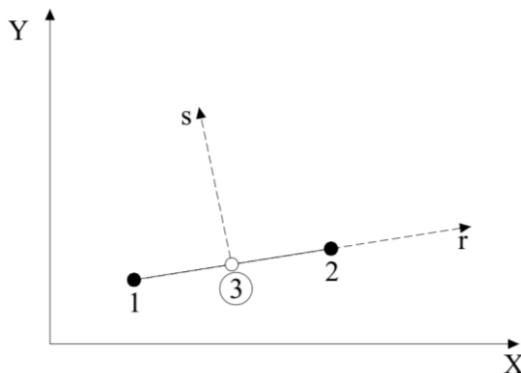


Figura 3.9 – Representação do elemento “*CCIsoTruss*”  
(adaptado de Cervenka *et al.*, 2021).

Todos os elementos utilizados incorporam uma formulação isoparamétrica em que são usados para definir a geometria e os deslocamentos dentro do elemento, as tensões internas são integradas por meio de integração de Gauss que garante a precisão da ordem de  $n_p(n_p - 1)$ , em que  $n_p$  é o grau do polinômio usado para aproximar a função integrada. A função de interpolação linear ou quadrática pode ser adotada para cada tipo de elemento.

No que se refere as dimensões dos elementos finitos utilizados, foi realizada a calibração da mesma, sendo adotadas malhas uniformes na região da laje, ficando sempre nas mesmas dimensões as malhas dos elementos sólidos e as malhas dos elementos lineares, testando elementos com dimensões de aproximadamente 50 mm a 25 mm, variando de 5 em 5 mm, Figura 3.10.

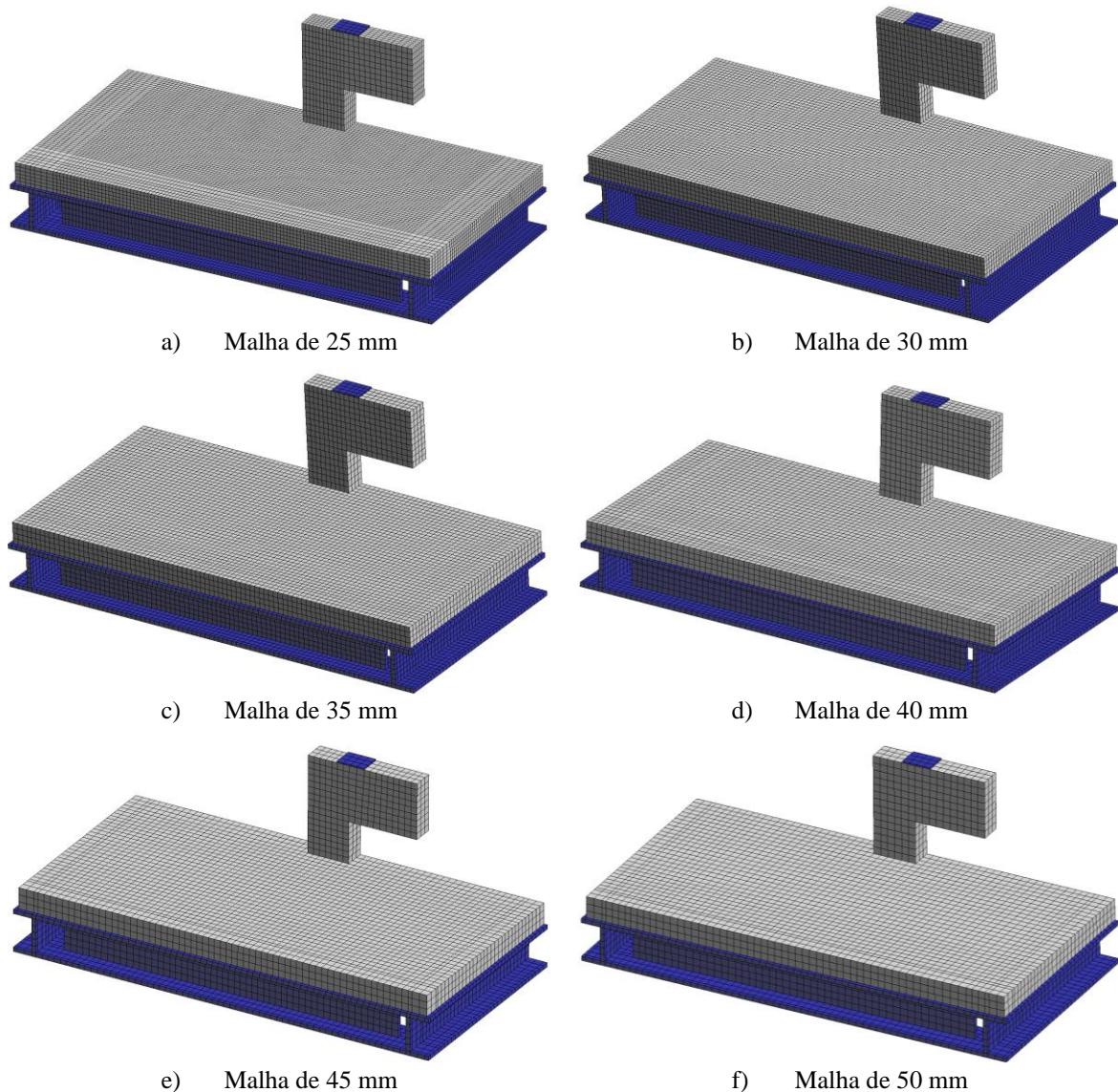


Figura 3.10 – Dimensão dos elementos finitos testados na malha da laje

### 3.2.3. Modelos Constitutivos

#### 3.2.3.1 Concreto

No *software* ATENA, são disponibilizados diversos modelos constitutivos para o concreto, cada um com sua respectiva especificidade. Neste trabalho, para representar a não linearidade

do material, foi utilizado o modelo “*CC3DNonLinCementitious2*”, ao qual combina modelos para o comportamento à tração (fissuração) e à compressão (plasticidade), sendo o modelo de fissuração baseado na abordagem “*Smeared Crack*”, proposto por Bazant e Oh (1983), combinado ainda com o modelo de fissuras fixas ou rotativas com o critério de ruptura por tração de Rankine e com o amolecimento exponencial; enquanto que o modelo de plasticidade do concreto à compressão é baseado no “*Failure Surface*” de Menetrey-William, proposto por Menetrey e William (1995).

O “*CC3DNonLinCementitious2*” apresenta como característica principal o desenvolvimento dos dois modelos, fissuração e plasticidade, de forma separada, tanto o desenvolvimento como a formulação, sendo utilizado um algoritmo de mapeamento de retorno para a integração das equações constitutivas desse. Dessa forma, o modelo apresenta certa versatilidade, podendo ser utilizado para simular fissuras, esmagamento sob alto confinamento e fechamento de fissuras devido ao esmagamento em outras direções do concreto.

Nesse contexto, o comportamento tensão-deformação do concreto por esse modelo é representado por quatro regiões, a primeira representa o comportamento linear sob tração antes do início da fissuração, a segunda caracteriza o trecho exponencial descendente de amolecimento do material, e posteriormente, a terceira e a quarta região descrevem o comportamento do concreto na compressão antes e depois de alcançar a resistência à compressão efetiva do concreto.

Para o primeiro trecho, o comportamento à tração do concreto apresenta uma relação tensão-deformação linear, sendo um estado linear elástico até a tensão de tração máxima do material ( $f_t^{\text{ef}}$ ), antes da fissuração do mesmo, obtido por meio da Equação 3.1.

$$\sigma_c^{\text{ef}} = E_c \cdot \varepsilon^{\text{eq}}, 0 \leq \sigma_c \leq f_t' \quad \text{Equação 3.1}$$

Onde:

$E_c$  = Módulo de elasticidade inicial do concreto;

$f_t'$  = Resistência à tração efetiva derivada da falha biaxial.

$\varepsilon^{\text{eq}}$  = Deformação uniaxial equivalente.

Para o trecho exponencial descendente de amolecimento do material, Figura 3.11, é feito uso da Equação 3.2, advinda dos resultados experimentais de Hordijk (1991), em que são

correlacionados a tensão de tração, com a abertura crítica da fissura ( $w_{tc}$ ), Equação 3.3, e a energia de fratura ( $G_f$ ), parâmetro que será alvo da calibração do modelo computacional. Esse que representa a quantidade de energia absorvida por unidade de área da abertura de fissura zero até a abertura crítica da fissura. Afim de evitar que a energia de fratura total consumida seja dependente do tamanho da malha de elementos finitos, é introduzido o comprimento característico do elemento finito ( $L_t$ ), obtido por meio da projeção do tamanho da malha na direção da fissura, utilizado para o cálculo do deslocamento de abertura de fissura ( $w_t$ ), Equação 3.4.

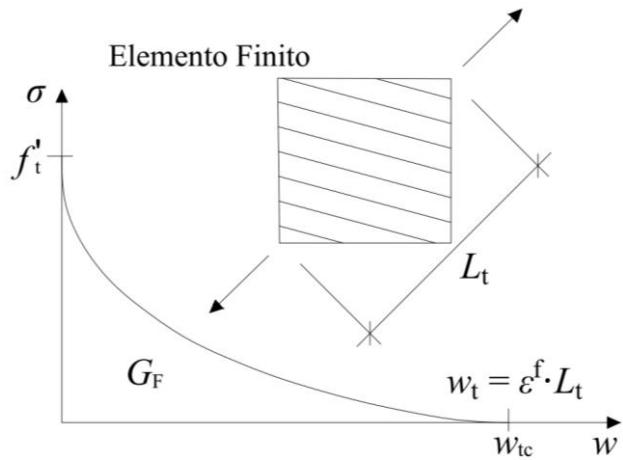


Figura 3.11 – Trecho de amolecimento do concreto à tração  
(adaptado de Cervenka *et al.*, 2021).

$$\frac{\sigma}{f_t'} = \left\{ 1 + \left( c_1 \cdot \frac{w_t}{w_{tc}} \right)^3 \right\} \cdot \exp \left( -c_2 \cdot \frac{w_t}{w_{tc}} \right) - \frac{w_t}{w_{tc}} \cdot (1 + c_1^3) \cdot \exp(-c_2) \quad \text{Equação 3.2}$$

Sendo:

$w_t$  = Deslocamento de abertura de fissura;

$w_{tc}$  = Abertura crítica da fissura;

$c_1 = 3$  (constante);

$c_2 = 6,93$  (constante);

$\sigma$  = Tensão normal na fissura.

$$w_{tc} = 5,14 \cdot \frac{G_f}{f_t'} \quad \text{Equação 3.3}$$

Onde:

$G_f$  = Energia de fratura.

$$w_t = \varepsilon^f \cdot L_t$$

Equação 3.4

Sendo:

$\varepsilon^f$  = Deformações de fissuração inelástica;

$L_t$  = Tamanho característico do elemento finito.

O processo de formação de fissuras, nesse modelo do comportamento à tração, ocorre em três trechos, Figura 3.12, sendo o primeiro sem fissuração, antes de alcançar a tensão de tração efetiva; o segundo iniciando a fissuração, com uma zona de processo da fissura com a diminuição da tensão de tração da face da fissura devido ao efeito de ponte; e a terceira em que a abertura de fissura prossegue sem a tensão, já que a mesma foi liberada completamente.

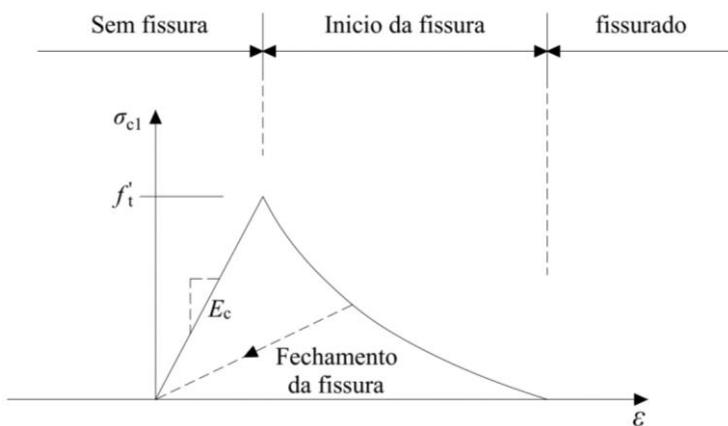


Figura 3.12 – Etapas da abertura de fissura  
(adaptado de Cervenka *et al.*, 2021).

Além disso, o modelo de fissuração é baseado na abordagem “*Smeared Crack*”, sendo esse conceito introduzido como uma alternativa ao “*Discrete Crack*”, já que esse último conceito inicialmente era criticado por resultar em alterações na conectividade dos nós e por necessitar que o usuário predefina o caminho de propagação da fissura, Figura 3.13a. Enquanto que o “*Smeared Crack*” consegue superar essas dificuldades, sendo capaz de representar a fissuração dentro do elemento, sem a necessidade de inserir uma descontinuidade na malha de elementos finitos, Figura 3.13b, (Rots e Blaauwendraad, 1989).

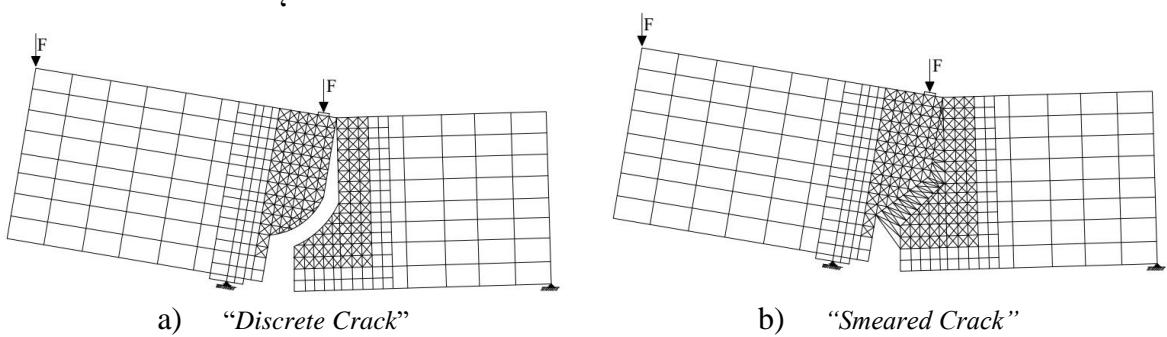


Figura 3.13 – Modelos de fissuração  
(adaptado de Rots e Blaauwendaad, 1989).

Essa abordagem do “*Smeared Crack*” tem o objetivo de representar o estado fissurado, transformando a lei de tensão-deformação isotrópica inicial em uma lei ortotrópica na formação da fissura, com os eixos de ortotrópia determinados de acordo com uma condição de início da fissura. Em conjunto com essa abordagem pode-se optar por dois modelos de fissuras, fissura fixa e fissura rotacional, esses que serão objetos de estudo na calibração do modelo computacional.

No modelo de fissura fixa, Figura 3.14, a direção da trinca é dada de acordo com a direção da tensão principal no momento de formação da fissura, ficando essa fixa durante todo o carregamento, independente das alterações na direção das tensões principais, com isso, começa a existir um desvio entre o eixo da ortotropia e das tensões principais. Alguns estudos mostram que as previsões desse modelo são sensíveis à rigidez ao cisalhamento. Dessa forma, no ATENA é utilizado um coeficiente, “*Shear Factor*” (SF), para definir a relação entre a rigidez normal e a resistência à fissura de cisalhamento, sendo essa calculada através da Equação 3.5.

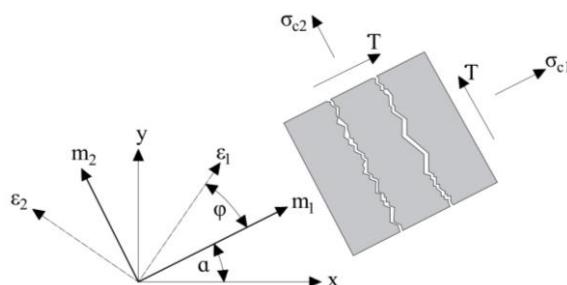


Figura 3.14 – Modelo de fissura fixa  
(adaptado de Cervenka *et al.*, 2021).

$$\tau \leq \frac{0,18 \cdot \sqrt{f_c}}{0,31 + \frac{24 \cdot w}{d_g + 16}}$$

Equação 3.5

Onde:

$\tau$  = Resistência máxima ao cisalhamento do concreto fissurado.

$f_c$  = Resistência à compressão do concreto.

$d_g$  = Tamanho máximo do agregado.

$w$  = Largura máxima de fissura.

Já o modelo de fissura rotacional, Figura 3.15, assume que após a formação da trinca sua direção gira simultaneamente na mesma direção dos eixos de deformação principais, não necessitando da especificação da tensão de cisalhamento no plano de fissura, sendo a coaxialidade dos eixos de deformação principais com os eixos do material garantida por meio do cálculo do módulo de cisalhamento tangente ( $G_t$ ), por Crisfield e Wills (1989), Equação 3.6.

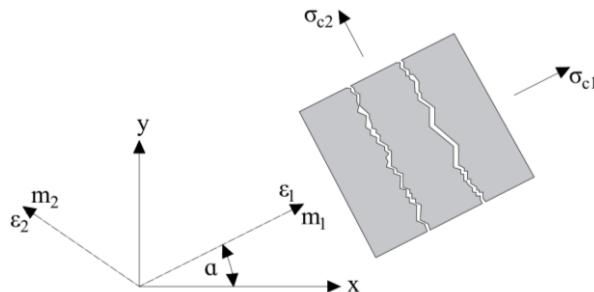


Figura 3.15 – Modelo de fissura rotacional  
(adaptado de Cervenka *et al.*, 2021).

$$G_t = \frac{\sigma_{c1} - \sigma_{c2}}{2 \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}$$

Equação 3.6

Sendo:

$\sigma_{c1}$  e  $\sigma_{c2}$  = Tensões principais nas direções 1 e 2

$\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  = Deformações principais nas direções 1 e 2.

Em relação ao comportamento tensão-deformação do concreto à compressão, modelo de plasticidade, que é representado pelos trechos 3 e 4 da Figura 3.3; tem-se que esse é controlado pela “Failure Surface” de Menetrey-William (Menetrey e William, 1995), sendo calculada em

termos de três invariantes de tensão independentes, tensão hidrostática ( $\xi_s$ ), tensão desviatória ( $\rho_s$ ), e ângulo polar desviatório ( $\theta_s$ ), Equação 3.7. Em que são combinados os critérios de ruptura, o critério de Rankine de resistência máxima à tração, com a hipótese de Mohr-Coulomb de resistência ao cisalhamento, sendo considerado para o cálculo a adesão friccional ( $m_f$ ), o raio polar ( $r$ ), e a resistência coesiva ( $c_h$ ), Equação 3.8, 3.9 e 3.10, respectivamente.

$$F(\xi_s, \rho_s, \theta_s) = \left[ \sqrt{1,5} \cdot \frac{\rho_s}{f_c} \right]^2 + m_f \cdot \left[ \frac{\rho_s}{\sqrt{6} \cdot f_c} \cdot r(\theta_s, e) + \frac{\xi}{\sqrt{3} \cdot f_c} \right] - c_h = 0 \quad \text{Equação 3.7}$$

Onde:

$e$  = Excentricidade.

$$m_f = 3 \cdot \left[ \left( \frac{f_c^2 - f_t^2}{f_c \cdot f_t} \right) \cdot \left( \frac{e}{e + 1} \right) \right] \quad \text{Equação 3.8}$$

$$r = \frac{4 \cdot (1 - e^2) \cdot \cos^2(\theta_s) + (2 \cdot e - 1)^2}{2 \cdot (1 - e^2) \cdot \cos(\theta_s) + (2 \cdot e - 1) \cdot [4 \cdot (1 - e^2) \cdot \cos^2(\theta_s) + 5 \cdot e^2 - 4 \cdot e]^{1/2}} \quad \text{Equação 3.9}$$

$$c_h = \left( \frac{f_c \cdot (\varepsilon_{eq}^p)}{f_c} \right)^2 \quad \text{Equação 3.10}$$

Sendo:

$\varepsilon_{eq}^p$  = Deformação do concreto sob compressão.

Conforme as equações apresentadas apenas três parâmetros são fundamentais para definir este critério, são esses, o  $f_c$ , o  $f_t$  e o  $e$ , em que o último define como a forma da superfície de falha, mudando de triangular para circular conforme o aumento da pressão confinante, como apresentado na Figura 3.16.

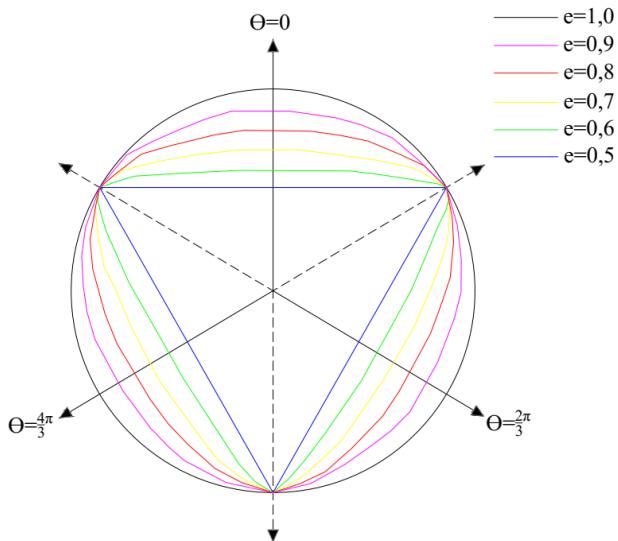


Figura 3.16 – Função elíptica para  $0,5 \geq r(\theta_s, e) \geq 1$   
(adaptado de Menetrey e William, 1995).

Os trechos ascendente e descendente, são representados por uma curva elíptica e linear, conforme apresentado nas Figura 3.17a e 3.17b, respectivamente, sendo o trecho ascendente de endurecimento calculado por meio da Equação 3.11, baseada em deformações, tendo o início do comportamento não linear como um parâmetro de entrada, assim como, o valor da deformação plástica na resistência à compressão. Enquanto que o trecho descendente de amolecimento é baseado em deslocamentos, em que a deformação plástica equivalente é transformada em deslocamentos através do parâmetro de escala de comprimento da malha  $L_c$ , definido de forma análoga ao tamanho característico do elemento finito  $L_t$ , introduzindo objetividade da malha na solução de elementos finitos, fundamentado no trabalho experimental de Van Mier (1986).

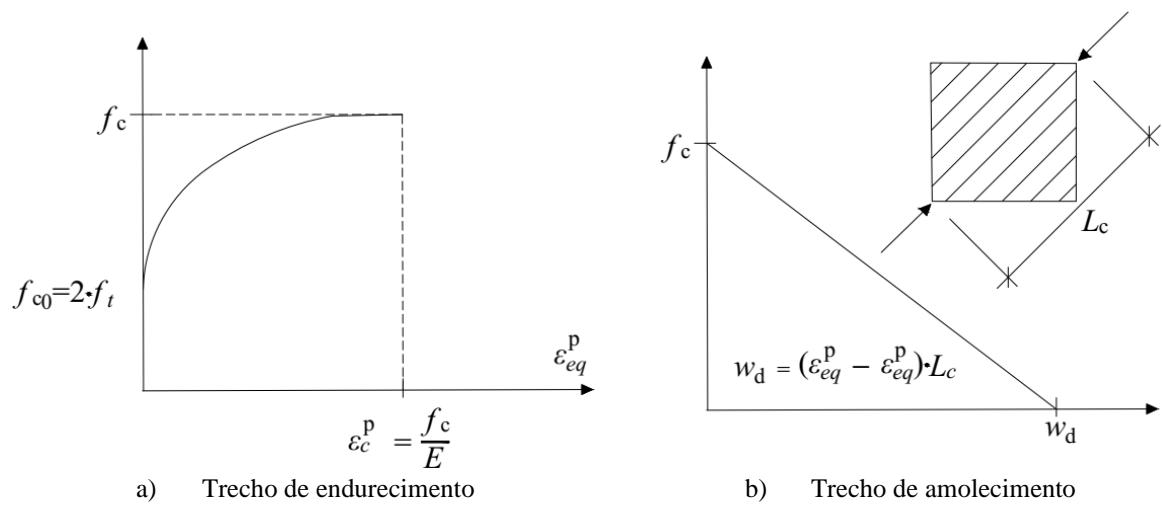


Figura 3.17 – Modelo das curvas do concreto à compressão  
(adaptado de Cervenka *et al.*, 2021).

$$\sigma = f_{c0} + (f_c - f_{c0}) \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{\varepsilon_c^p - \varepsilon_{eq}^p}{\varepsilon_c^p} \right)^2} \quad \text{Equação 3.11}$$

Onde:

$f_{c0}$  = Resistência à compressão de início do comportamento não linear.

$\varepsilon_c^p$  = Deformação plástica na resistência máxima à compressão do concreto.

A interação do comportamento à tração e à compressão ocorre após a fissuração do concreto, em que a resistência à compressão na direção paralela a fissura é reduzida, ou seja, quando submetido a tensão transversal igual a zero, o valor da resistência à compressão reduzida do concreto ( $f_c^{ef}$ ) é igual a resistência uniaxial à compressão do concreto ( $f_c$ ) e essa é reduzida gradualmente à medida que a deformação transversal aumenta, Figura 3.18, sendo essa relação descrita por meio de uma função de Gauss, Equação 3.12.

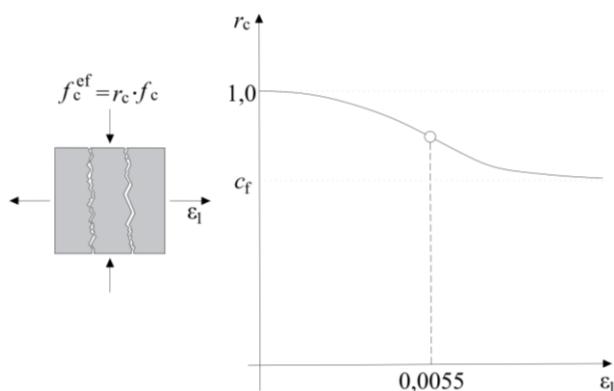


Figura 3.18 – Redução da resistência à compressão do concreto fissurado  
(adaptado de Cervenka *et al.*, 2021).

$$f_c^{ef} = r_c \cdot f_c, r_c = c_f + (1 - c_f) \cdot e^{-(128 \cdot \varepsilon_v)^2} \quad \text{Equação 3.12}$$

Sendo:

$c_f$  = Constante do limite inferior.

$\varepsilon_v$  = Deformação à tração na direção transversal.

### 3.2.3.2 Aço

Para modelar as barras no *software* Atena, foi utilizada a abordagem discreta, em que cada barra é modelada de forma individual, sendo idealizada em um elemento de treliça 1D, permitindo a

modelagem de armaduras em diferentes arranjos. No programa é utilizada uma técnica, “*Embedded Reinforcement*”, que liga os nós dos elementos da barra aos deslocamentos dos nós dos sólidos adjacentes. Assim, só é necessário o posicionamento correto de cada barra dentro dos elementos sólidos de concreto e a atribuição da área de cada barra.

Nesse sentido, foi utilizado no *software* Atena o modelo constitutivo “CCReinforcement” para as barras de aço mencionadas acima, devido o mesmo possibilitar a representação do material através de leis bilineares ou multilinear, considerando as fases elástica, de escoamento, de endurecimento e de ruptura do aço, conforme apresentado na Figura 3.19.

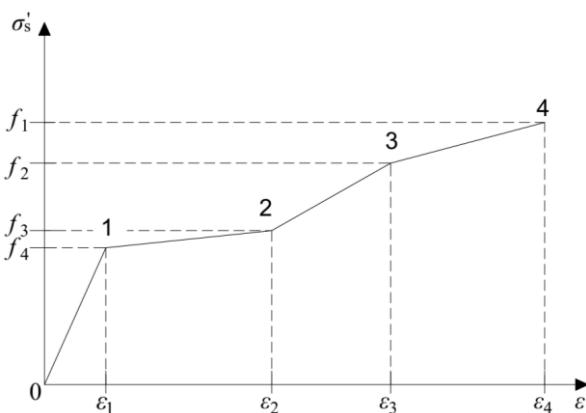


Figura 3.19 – Lei multilinear do aço  
(adaptado de Cervenka *et al.*, 2021).

Para esse trabalho, foram consideradas apenas as duas primeiras fases, sendo alimentado no programa o módulo de elasticidade, a tensão de escoamento e a tensão de ruptura com suas respectivas deformações. Propriedades mecânicas essas que foram fundamentadas pelo autor, sendo adotado os seguintes parâmetros apresentados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Parâmetros adotados para o modelo constitutivo do aço.

Espécime	Módulo de Elasticidade (MPa)	Aço – Ø10			Aço – Ø14			Aço – Ø16			Aço – Ø22		
		$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	$\varepsilon_{lim}$									
P0A	200000	-	-	-	460	500	0,025	-	-	-	460	500	0,025
P16A	200000	-	-	-	460	500	0,025	-	-	-	460	500	0,025
P30A	200000	-	-	-	460	500	0,025	-	-	-	460	500	0,025
PP16A	200000	460	500	0,025	460	500	0,025	-	-	-	460	500	0,025
PP0B	200000	460	500	0,025	-	-	-	460	500	0,025	460	500	0,025
PP16B	200000	460	500	0,025	-	-	-	460	500	0,025	460	500	0,025
Anco16B	200000	-	-	-	460	500	0,025	460	500	0,025	460	500	0,025

### 3.2.3.3 Interface

Na calibração do modelo foram realizados testes em relação às condições de contorno da laje, como já mencionado anteriormente, sendo um desses testes referente a utilização do material interface na ligação da laje com as vigas metálicas de suporte usadas no sistema de ensaio experimental de Kruger (1999). Essa realização resulta por conta de o material permitir simular o contato entre dois sólidos, baseado no critério de Mohr-Coulomb, em que quando configurado sem resistência à tração ( $f_t$ ), a interface resiste somente a tensões de compressão, impedindo o deslocamento vertical para baixo, conforme a rigidez da viga, e permitindo que os cantos da laje fiquem livres para levantar, como um apoio de primeiro gênero.

Nesse sentido, a relação constitutiva para um caso geral de problemas tridimensionais é dada em termos de trações nos planos de interface e deslocamentos relativos de deslizamento e abertura, em que a superfície de falha inicial é correspondente à condição de Mohr-Coulomb com elipsoide em regime de tensão. No momento em que as tensões violam essa condição, Equação 3.13, a superfície colapsa para a superfície residual que corresponde ao atrito seco.

$$|\tau| \leq c - \sigma \cdot \phi, \quad \sigma \leq 0 \quad \text{Equação 3.13}$$

Onde:

$$\tau = \tau_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{(\sigma - \sigma_c)^2}{(f_t - \sigma_c)^2}}, \quad \tau_0 = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\sigma_c^2}{(f_t - \sigma_c)^2}}}, \quad \sigma_c = -\frac{f_t^2 \cdot \phi}{c - 2 \cdot f_t \cdot \phi}$$

$$0 < \sigma \leq f_t, \quad \tau = 0, \quad \sigma > f_t$$

Dessa forma, tem-se que em tração, o critério de falha é substituído por um elipsoide, que intercepta o eixo de tensão normal pelo valor de  $f_t$  com a tangente vertical, e o eixo de cisalhamento é interceptado no valor da coesão ( $c$ ) com a tangente equivalente a  $-\phi$  (coeficiente de atrito) como exibido na Figura 3.20 e calculado conforme a Equação 3.14.

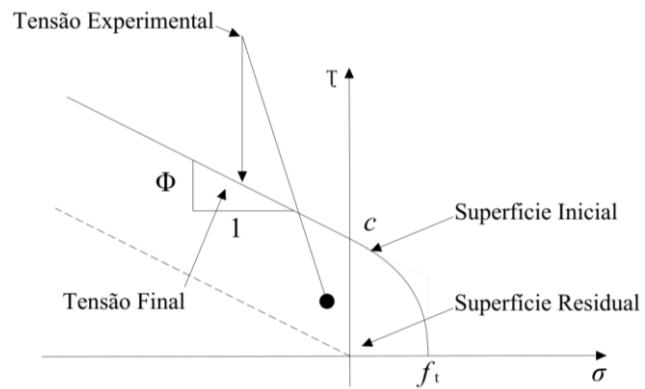


Figura 3.20 – Superfície de falha para elementos de interface  
(adaptado de Cervenka *et al.*, 2021).

$$\tau = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2}$$

Equação 3.14

Para definir os parâmetros do modelo de interface algumas recomendações devem ser seguidas, devido a dependência desses entre si, Equação 3.15.

$$f_t < \frac{c}{\phi}, \quad f_t < c$$

Equação 3.15

Já em relação ao comportamento do modelo constitutivo de interface submetido ao cisalhamento e a tensão normal, esses são descritos nas Figura 3.21a e 3.21b, respectivamente. Em que os valores de  $K_{nn}$  e  $K_{tt}$ , referentes a rigidez normal elástica inicial e a rigidez de cisalhamento, respectivamente, correspondem a um alto número de penalidade, para interfaces de espessura zero, como utilizada neste estudo.

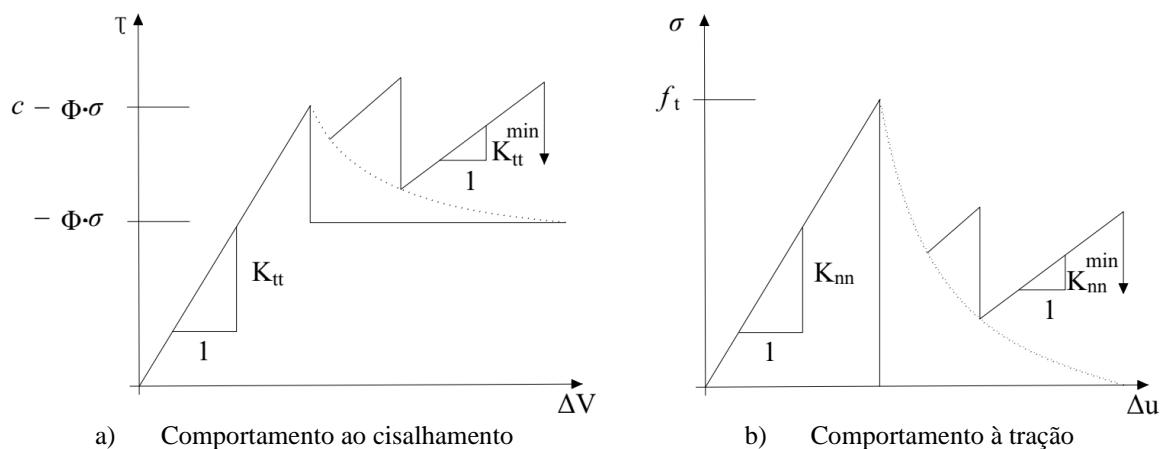


Figura 3.21 – Comportamentos do modelo de interface  
(adaptado de Cervenka *et al.*, 2021).

Assim, para modelar o contato entre a laje e a viga foi utilizado os valores padrões disponível no *software* ATENA, alterando somente a resistência à tração, igualando essa a zero, conforme exibido na Tabela 3.3, afim de permitir que a interface resista somente a tensões de compressão, impedindo o deslocamento vertical para baixo, conforme a rigidez da viga.

**Tabela 3.3 – Parâmetros adotados para o modelo constitutivo da interface.**

Rigidez Normal Elástica Inicial ( $K_{nn}$ )	Rigidez de Cisalhamento ( $K_{tt}$ )	Coesão ( $c$ )	Resistência à tração ( $f_t$ )	Coeficiente de Atrito (- $\phi$ )
MN/m <sup>3</sup>	MN/m <sup>3</sup>	MPa	MPa	
$2 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^8$	1,0	0,0	0,1

### 3.2.4. Condições do Carregamento

Para a ligação laje-pilar PP16A, utilizada para calibração, foram testadas as aplicações de carregamento através do controle de deslocamento, utilizando o método de Newton-Raphson, e do controle de força, por meio do método de Arc-Length para resolução das equações não lineares, conforme recomendações de Cervenka *et al.* (2021). Sendo aplicado o deslocamento ou a força máxima aferida nos ensaios experimentais de Kruger (1999), distribuindo essas ao longo de cem passos de carga, realizando até cinquenta iterações a cada passo.

Nesse sentido, tem-se que o método de Newton-Raphson considera uma relação entre a resistência interna e a carga externa aplicada na estrutura, verificando a análise incremental passo a passo por meio de um conjunto de equações não lineares, Equação 3.16. A não linearidade ocorre devido às propriedades não lineares inerentes das forças internas.

$$K(p) \cdot \Delta p = q - f(p) \quad \text{Equação 3.16}$$

Sendo:

$K(p)$  = Matriz de rigidez.

$\Delta p$  = Incremento de deformação devido ao incremento de carga.

$q$  = Vetor de cargas conjuntas totais aplicadas.

$f(p)$  = Vetor de forças internas.

$p$  = Deformação da estrutura antes do incremento de carga.

Com isso, para a resolução da Equação 3.16 é realizado um procedimento de iteração até que alguns critérios de convergência sejam satisfeitos, sendo mantido o padrão do programa com

erros de deslocamento, residual e residual absoluto de no máximo 0,01, além de erro de energia de no máximo 0,00001. Na Figura 3.22 é exibido o conceito da resolução dessa equação não linear pelo método de Newton-Raphson, em que a cada iteração é recalculada a matriz de rigidez, indicada pela linha tangente.

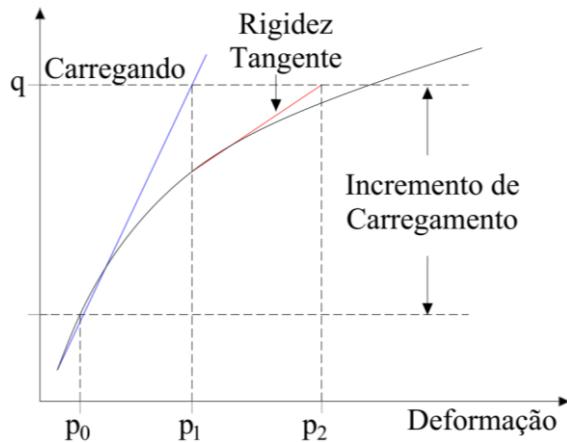


Figura 3.22 – Resolução de problema não linear por Newton-Raphson  
(adaptado de Cervenka *et al.*, 2021).

Em relação ao método de Arc-Length tem-se que esse é estabelecido para problemas com não linearidade geométrica e do material. O método apresenta flexibilidade na alteração da carga, reduzindo o incremento de carga conforme a necessidade, para isso, é adicionado um novo parâmetro, representado por  $\lambda_i$ . Dessa forma, a resolução das equações não lineares é dada por meio da Equação 3.17.

$$K(p) \cdot \Delta p = \lambda_i \cdot q - f(p) \quad \text{Equação 3.17}$$

Além disso, é introduzido nesse método outra variável escalar ( $n$ ), sendo esse utilizado para acelerar soluções nos casos em que a carga-deformação sejam estáveis ou para amortecer possíveis oscilações, quando surgem problemas de convergência. Na Figura 3.23 é apresentado o conceito da resolução utilizando o método de Arc-Length.

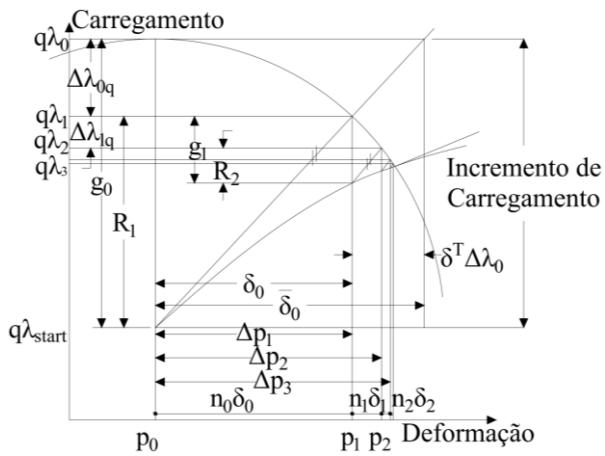


Figura 3.23 – Resolução de problema não linear por Arc-Length  
(adaptado de Cervenka *et al.*, 2021).

### 3.2.5. Calibração do Modelo

#### 3.2.5.1 Geometria e Condições de Contorno

Como citado anteriormente na Item 3.2.1, a calibração foi realizada com base na ligação laje-pilar PP16A ensaiada experimentalmente por Kruger (1999), sendo realizados três testes em relação a geometria e as condições de contorno aplicadas para cada modelo. Apresentado um modelo completo sem viga, usando restrições de deslocamento vertical na direção dos eixos onde ficariam as vigas. Um segundo modelo completo com viga, utilizando uma interface de contato entre a viga e a laje. Além de um terceiro modelo, levando em consideração o plano de simetria do experimento na direção norte-sul.

Comparando os resultados de carga versus deslocamento dos dois modelos completos, com e sem viga, com os resultados experimentais de referência, Figura 3.24, é possível analisar que o modelo sem viga apresentou uma rigidez maior e acabou ocorrendo uma diminuição na carga de ruptura e no deslocamento último. Enquanto que o modelo completo com viga funcionou de forma mais adequada, aproximando mais da rigidez verificada experimentalmente.

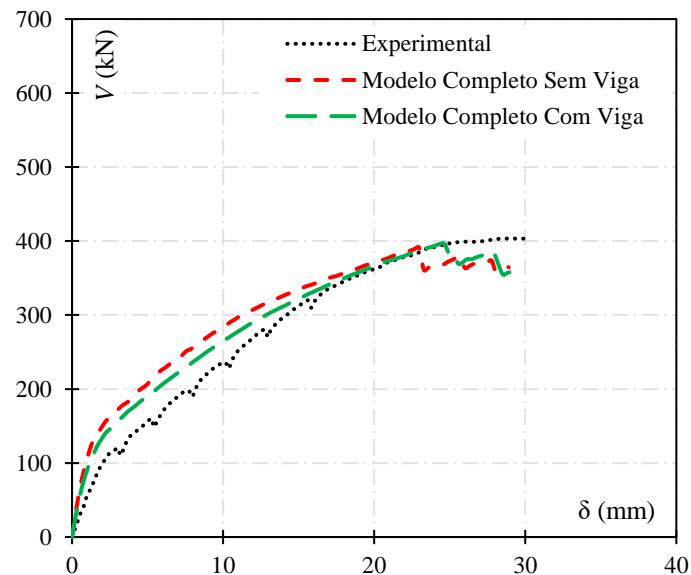


Figura 3.24 – Gráfico carga versus deslocamento dos modelos completos da laje PP16A.

Os comportamentos dos dois modelos completos analisados, podem ser explicados por meio do modo de ruptura apresentado por esses, em que no modelo sem viga foram verificadas fissuras críticas nos cantos da laje, região com restrições de deslocamento vertical, já que o mesmo restringiu completamente os deslocamentos verticais nesses pontos, Figura 3.25a. Enquanto que o modelo completo com viga permitiu o deslocamento vertical para cima nos cantos da laje, devido ao uso da interface no contato entre a laje e viga, apresentando um comportamento semelhante ao que ocorre experimentalmente, Figura 3.25b.

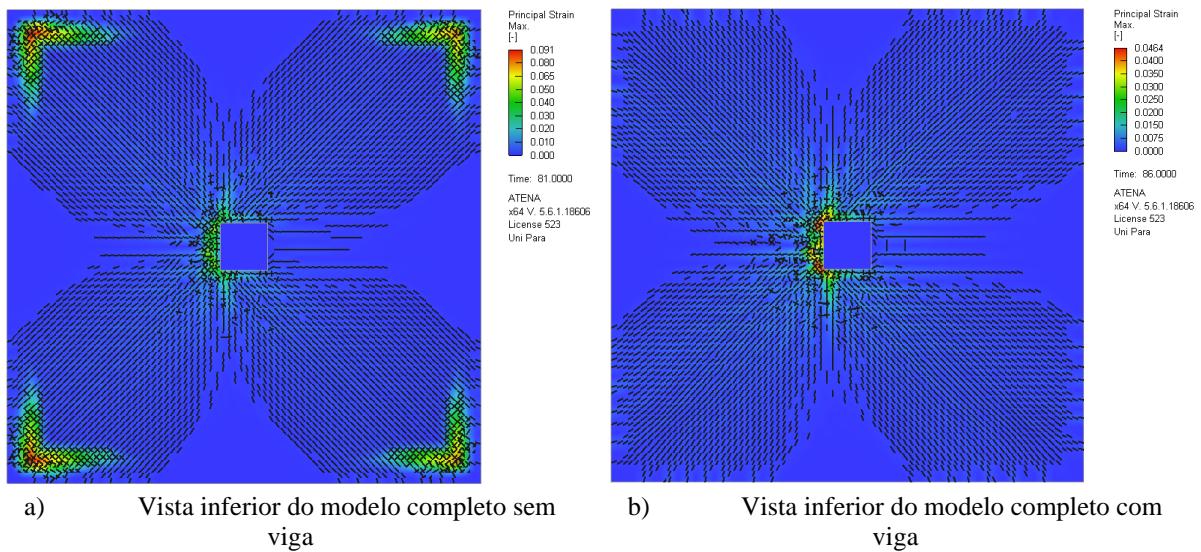


Figura 3.25 – Padrão de fissuração nos modelos completos da laje PP16A antes da ruptura.

Nesse sentido, foi adotado o modelo com viga, utilizando uma interface de contato, e em cima desse foi realizado o modelo com simetria. Comparando os resultados desses modelos, Figura 3.26, foi possível avaliar que o modelo simétrico sobrepõe a curva carga versus deslocamento do modelo completo com viga. Com isso, foi possível utilizar o modelo com simetria em todos os demais modelos, a fim de reduzir o custo computacional da análise estrutural.

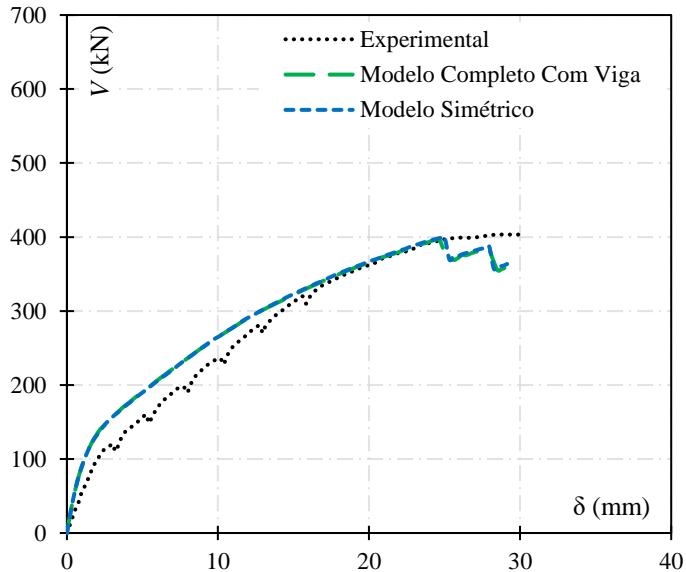


Figura 3.26 – Gráfico carga versus deslocamento dos modelos completo e simétrico da laje PP16A.

### 3.2.5.2 Estudo de Malha

Adotado o modelo simétrico com viga e interface de contato, foram realizados testes em relação a dimensão máxima dos elementos finitos que compõe a malha, buscando utilizar malhas uniformes na região da laje. Para isso, foram adotadas as mesmas dimensões nos elementos sólidos e nos elementos lineares, verificando seis malhas de dimensões de aproximadamente 50 mm a 25 mm, variando de 5 em 5 mm, como já apresentado no Item 3.2.2. Na Figura 3.27 é exibida a comparação entre cada malha da resposta carga versus deslocamento, sendo verificado que a malha com elementos de dimensão máxima de 40 mm, ficando com 4 elementos na altura da laje, como também utilizada por El-Mandouh e El-Hassan (2022), foi a que melhor se aproximou dos resultados experimentais da ligação laje-pilar PP16A, em relação a carga última e deslocamento. Já as outras malhas, distanciaram a resposta de carga última e de deslocamento, não havendo convergência no estudo de malha, podendo ter sido ocasionado pelo baixo número de iterações utilizados.

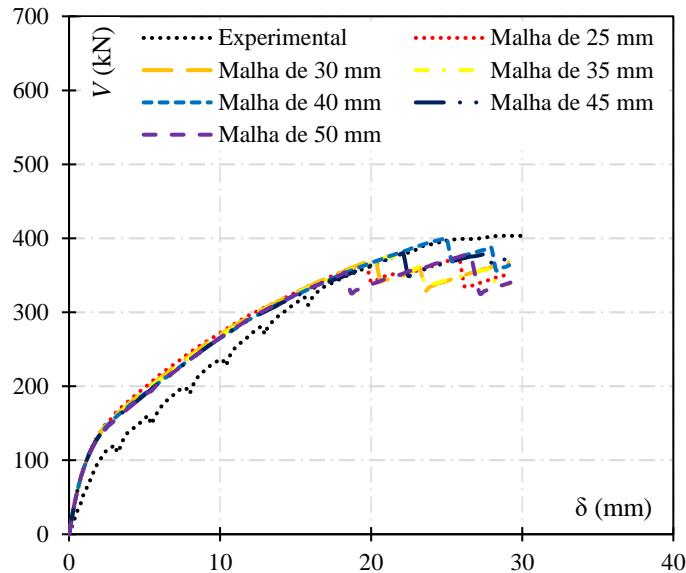


Figura 3.27 – Gráfico carga versus deslocamento dos modelos com variações na malha de elementos finitos da laje PP16A.

### 3.2.5.3 Definição da Energia de Fratura

Devido à grande influência da energia de fratura para a lei de abertura de fissura utilizada no modelo constitutivo do concreto, foram testadas as recomendações de cálculo do *fib* Model Code 1990 (1992), Equação 3.18, que leva em consideração o diâmetro máximo do agregado, como apresentado na Tabela 3.4. Além das recomendações do *fib* Model Code 2010 (2011), Equação 3.19, essa que considera somente a resistência média a compressão do concreto ( $f_{cm}$ ). Esses dois métodos de cálculo geralmente fornecem resultados muito diferentes para esse parâmetro, no caso deste trabalho para a ligação laje-pilar PP16A, foram obtidos os valores de 75,9 N/m e 140 N/m, respectivamente.

$$G_f = G_{f0} \cdot \left( \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right)^{0,7} \quad \text{Equação 3.18}$$

Sendo:

$G_f$  = Energia de fratura.

$G_{f0}$  = Valor base da energia de fratura que depende do diâmetro máximo do agregado.

$f_{cm}$  = Resistência média a compressão do concreto.

$f_{cm0} = 10 \text{ MPa.}$

Tabela 3.4 – Valores base da energia de fratura.

$d_{máx}$	$G_{f0}$
mm	Nmm/mm <sup>2</sup>
8	0,025
16	0,030
32	0,058

$$G_f = 0,073 \cdot f_{cm}^{0,18}$$

Equação 3.19

Analizando o gráfico carga versus deslocamento apresentado na Figura 3.20, é perceptível que a energia de fratura calculada pelo *fib Model Code 2010* (2011) afetou diretamente a carga de início da fissuração, essa que por sua vez tornou o modelo mais rígido, além de aumentar a carga última e diminuir o deslocamento do modelo computacional da laje PP16A. Já a utilização da energia de fratura calculada pelo *fib Model Code 1990* (1992), aproximou mais o comportamento geral do modelo, assim como os resultados de carga última e de deslocamento, sendo preferível sua utilização para o cálculo desse parâmetro, como também adotado pelos autores Shu (2016) e Mamede (2012).

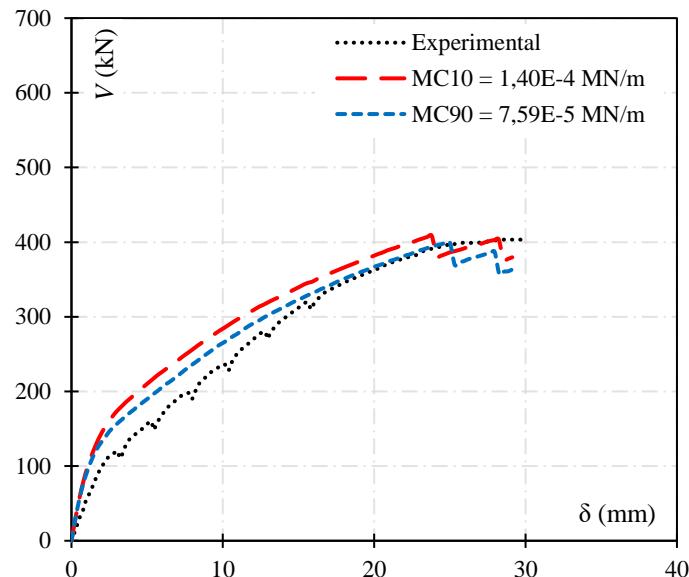


Figura 3.28 – Gráfico carga versus deslocamento dos modelos com diferentes energias de fratura do concreto para a laje PP16A.

### 3.2.5.4 Definição do Modelo de Fissura

Foram testados os modelos de fissura fixo e rotacional, como mencionado na Item 3.2.3, comparando os resultados entre esses por meio do gráfico carga versus deslocamento, Figura

3.29, em que é possível verificar a influência do modelo de fissura na rigidez após a fissuração. No modelo computacional em que foi aplicado o modelo de fissura rotacional, os resultados apresentam uma rigidez muito reduzida em relação ao experimento, impactando na carga de ruptura que foi 18% menor que a do ensaio. Isso está relacionado a redução ao cisalhamento no modelo de fissura rotacional. Efeito esse que diminui no modelo de fissura fixa ao utilizar o SF, ao qual apresentou um resultado melhor em relação a carga última.

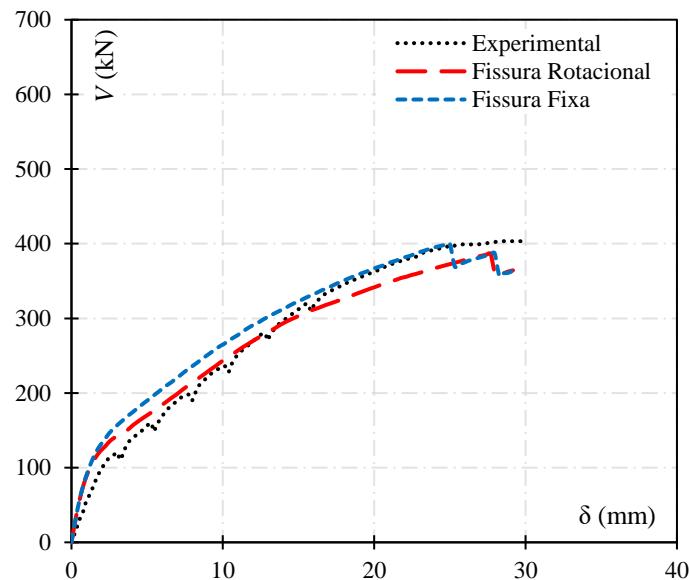


Figura 3.29 – Gráfico carga versus deslocamento dos modelos com diferentes modelos de fissura para a laje PP16A.

### 3.2.5.5 Condição do Carregamento

Seguindo as recomendações de Cervenka *et al.* (2021), foram realizados testes em relação ao controle de carregamento por força e por deslocamento, utilizando os métodos de Arc-Length e de Newton-Raphson, respectivamente, para resolução das equações não lineares, como citado no Item 3.2.4. Nesse sentido, foi verificado através do gráfico carga versus deslocamento, Figura 3.30, pouca influência desses métodos de controle e de resolução das equações não lineares, ficando um sobreposto ao outro. Assim, foi adotado o modelo com controle de deslocamento e utilizando o método de Newton-Raphson, devido apresentar um pós-pico.

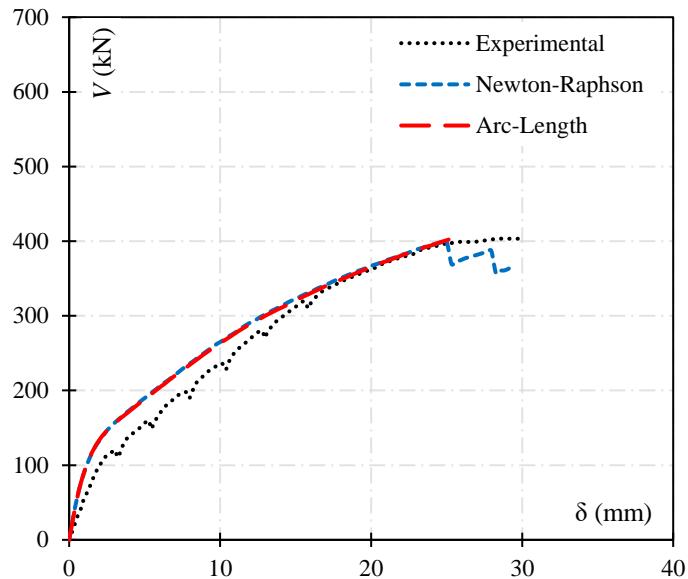


Figura 3.30 – Gráfico carga versus deslocamento dos modelos com diferentes métodos para as condições do carregamento da laje PP16A.

### 3.2.6. Resultado da Calibração

Na Tabela 3.5 é apresentado um resumo das escolhas dos dados de entrada que foram alvo da calibração neste trabalho, sendo essa a metodologia proposta para a modelagem numérica não linear de ligações laje-pilar de concreto armada submetida a momento desbalanceado.

Tabela 3.5 – Resumo da calibração no modelo computacional definitivo da laje PP16A.

Geometria e condições de contorno	Dimensão máxima dos elementos finitos da malha	Energia de fratura do concreto	Modelo de fissura	Condições de carregamento
Modelo simétrico com viga e interface	40mm	<i>fib</i> Model Code 1990 (1992)	fixo	Controle de deslocamento Método de interação Newton-Raphson

Dessa forma, utilizando esses parâmetros para o modelo computacional da laje PP16A, foram obtidos resultados satisfatórios em relação ao comportamento carga versus deslocamento, comparando o resultado computacional com o experimental, Figura 3.31, sendo verificadas diferenças entre carga de ruptura e deslocamento de apenas 0,8% e 13,7%, respectivamente.

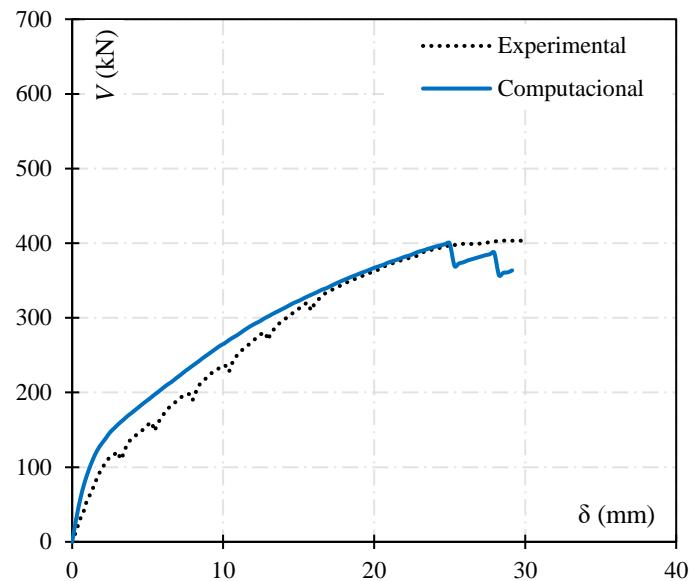


Figura 3.31 – Gráfico carga versus deslocamento final do espécime PP16A.

Além disso, verificando o padrão dos deslocamentos verticais monitorados em 11 pontos localizados ao longo do eixo na direção Norte-Sul da ligação laje-pilar PP16A, foi observado um mesmo padrão dos deslocamentos conforme o aumento do carregamento, Figura 3.32. Sendo analisado somente pequenas distâncias entre a resposta computacional para a experimental, devido o mesmo ter apresentado maior rigidez, deslocando menos de forma global.

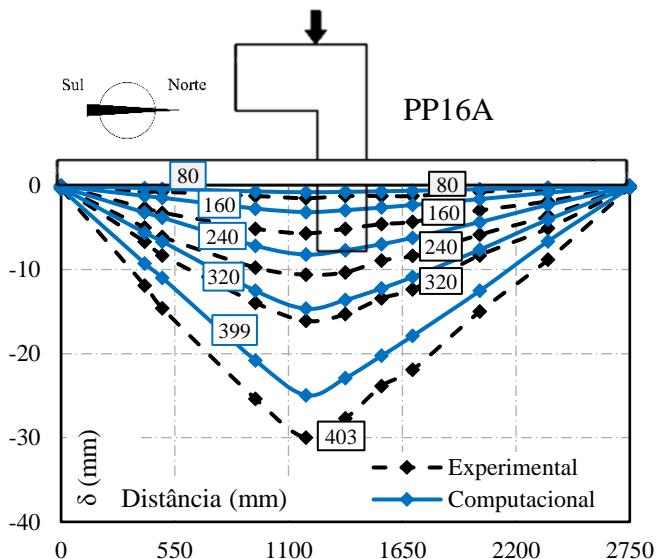


Figura 3.32 – Deslocamentos verticais do espécime PP16A.

Ainda foi analisado computacionalmente, para a laje PP16A, uma resposta de evolução do dano semelhante ao padrão observado por Kruger (1999). Na Figura 3.33, é apresentado a evolução do dano conforme o aumento do carregamento, averiguando a fissuração nas cargas de 80 kN, 160 kN e 360 kN, comparando os mapas de fissuração experimentais com os computacionais. Em que a primeira fissura é tangencial, causada pelo momento fletor, aparecendo próxima ao pilar do lado onde é aplicada a excentricidade, Figura 3.33a e 3.32d. Com o aumento da força, a fissura tangencial se desenvolve ao redor do pilar e aparecem as fissuras radiais, Figura 3.33b e 3.32e. Com o carregamento em 360 kN, é perceptível que a fissuração é assimétrica e se concentra mais no lado da excentricidade, Figura 3.33c e 3.32f.

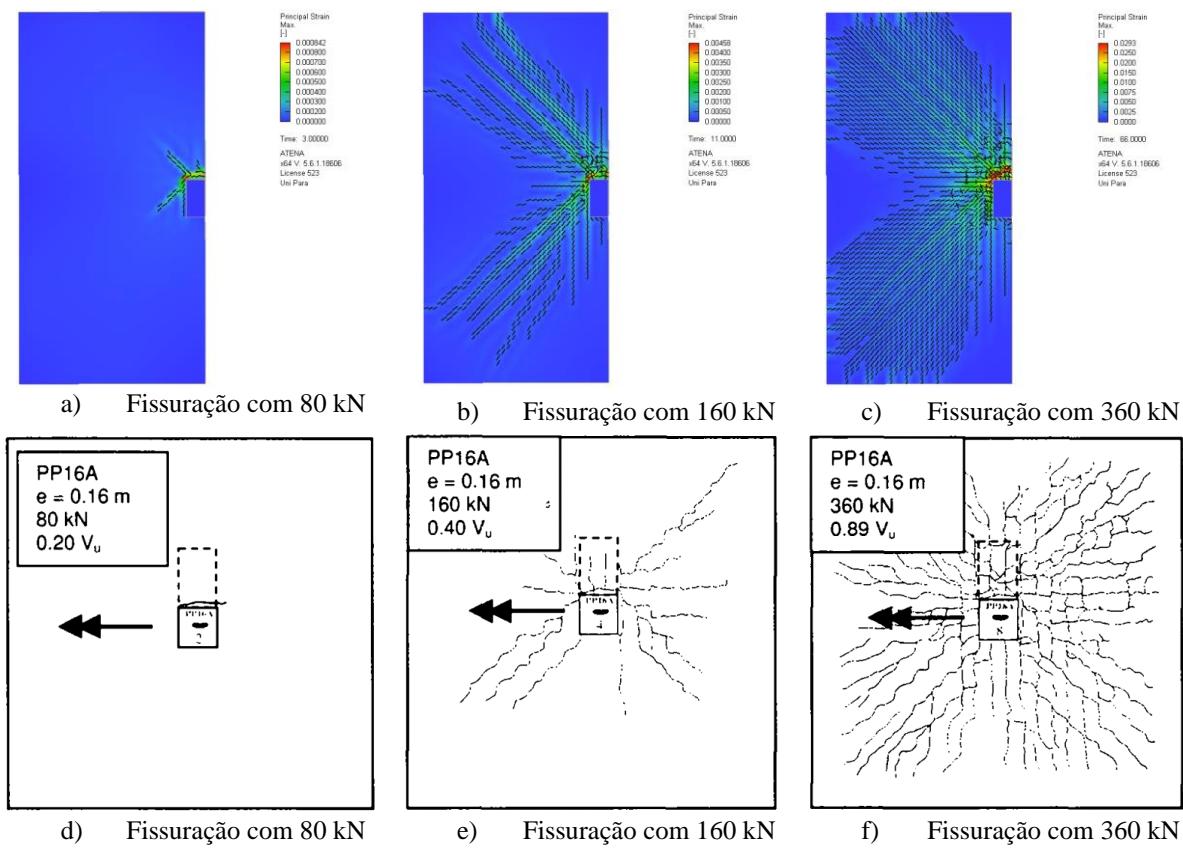


Figura 3.33 – Comparação da evolução do dano conforme o aumento do carregamento.

Na Figura 3.34, é apresentado a fissuração do modelo computacional antes da ruptura, ficando claro a ruptura por punção com um padrão de fissuração assimétrico, com redução do cone de ruptura, Figura 3.34a. Analisando a Figura 3.34b, tem-se que o modelo computacional apresentou múltiplas fissuras dentro da região com armadura de cisalhamento, próximo ao pilar, estando localizadas no lado com maior momento fletor, enquanto que o lado oposto não apresentou fissuras significativas, corroborando com o padrão de fissuração observado por Kruger (1999).

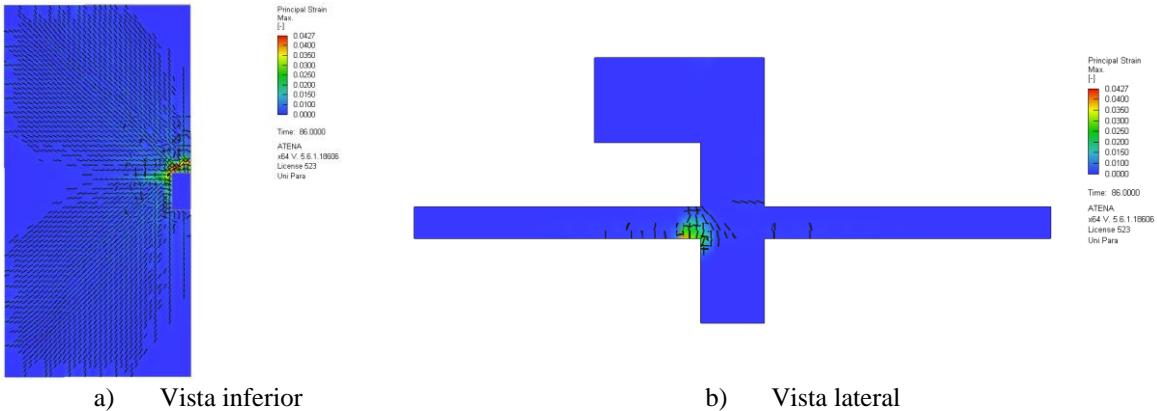


Figura 3.34 – Fissuração apresentada antes da ruptura no modelo computacional da laje PP16A.

### 3.3. Aplicação e Validação Inicial do Método de Modelagem Computacional

O método de modelagem computacional definido no Item 3.2.6, foi aplicado para os espécimes P0A, P16A, P30A, PP16A, PP0B e Anco16B ensaiados por Kruger (1999), a fim de validar a mesma para diferentes casos de excentricidade, de taxa de armadura de flexão e tipos de armadura de cisalhamento, para então expandir esses resultados por meio de uma análise paramétrica dessas ligações laje-pilar. A seguir serão apresentadas as comparações dos resultados computacionais com os experimentais obtidos por Kruger (1999), em relação ao comportamento de deslocamentos verticais, a evolução do dano dos espécimes e a superfície de ruptura.

#### 3.3.1. Deslocamentos Verticais

A Figura 3.35 apresenta os gráficos do comportamento de carga versus deslocamento, comparando a análise computacional com a experimental, sendo possível observar uma boa correlação para a carga de ruptura e para o deslocamento dos espécimes. Ocorrendo uma maior diferença de rigidez na ligação laje-pilar PP0B, podendo estar relacionada com o fato de a calibração ser realizada para um caso de punção excêntrica. Apesar disso, as previsões de carga e deslocamento últimos, mostraram-se satisfatórios para o modelo.

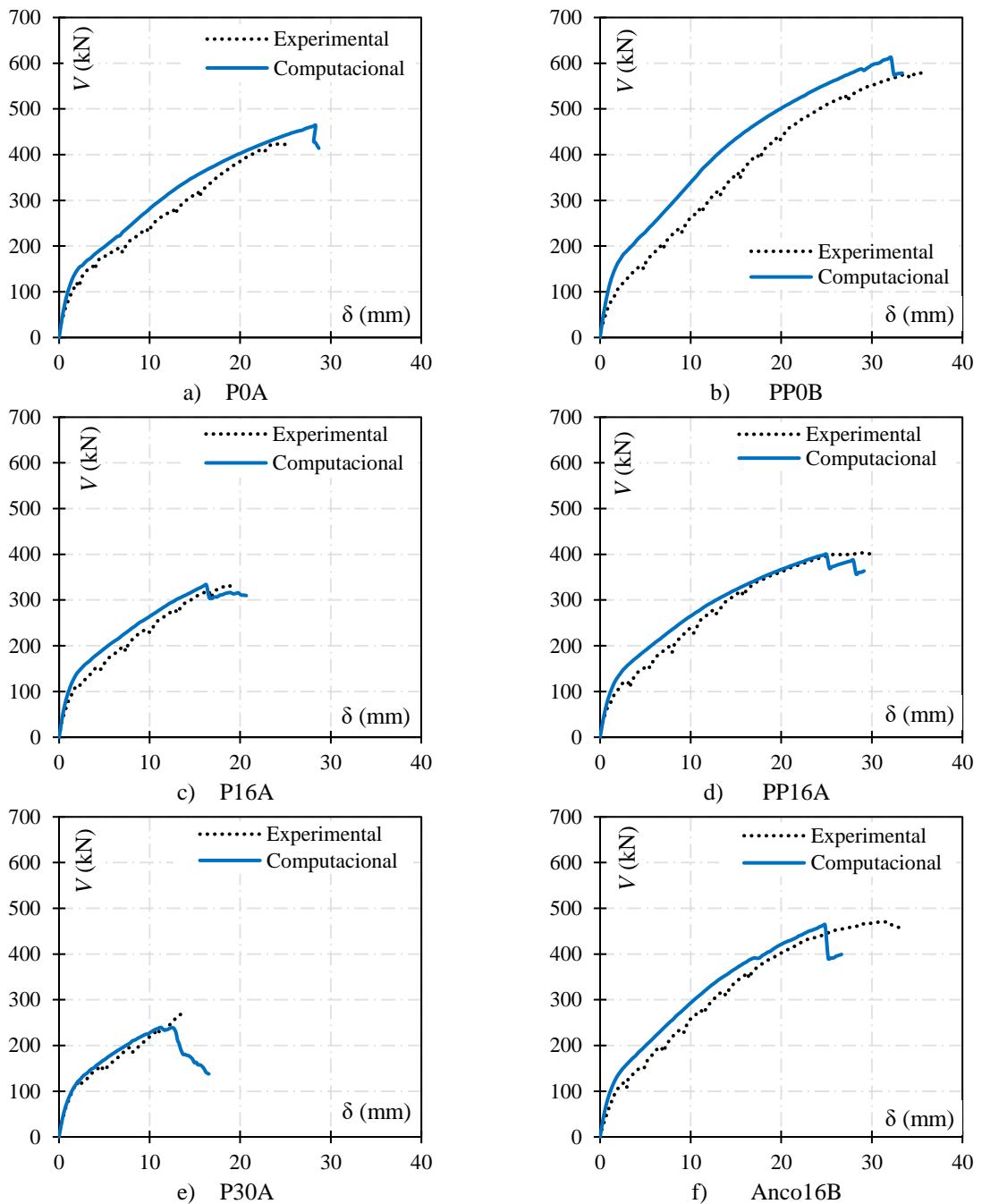


Figura 3.35 – Comparação do comportamento carga versus deslocamento dos espécimes.

Além disso, na Tabela 3.6, são apresentados os fatores de eficiência de deslocamento,  $\delta_{u,(comp/exp)}$  e de carga,  $V_{u,(comp/exp)}$ , sendo esses mensurados a partir da razão entre os resultados computacionais,  $\delta_{u,comp}$  e  $V_{u,comp}$ , com os obtidos experimentalmente por Kruger (1999),  $\delta_{u,exp}$  e  $V_{u,exp}$ . Desse modo, com base nesses fatores, foram obtidas suas respectivas, médias, desvios-padrão e coeficientes de variação.

Tabela 3.6 – Fatores de eficiência de deslocamento e de carga última.

Espécime	Experimental		Computacional		Eficiência	
	$\delta_{u,exp}$ (mm)	$V_{u,exp}$ (kN)	$\delta_{u,comp}$ (mm)	$V_{u,comp}$ (kN)	$\delta_{u,comp/exp}$	$V_{u,comp/exp}$
P0A	24,53	423,00	28,33	463,70	1,155	1,096
P16A	18,80	332,00	16,26	333,15	0,865	1,003
P30A	14,00	270,00	12,47	239,11	0,891	0,885
PP16A	28,96	403,00	24,99	399,91	0,863	0,992
PP0B	35,16	579,00	32,12	612,36	0,913	1,057
Anco16B	31,82	470,00	24,83	463,96	0,780	0,987
Média aritmética					0,911	1,004
Desvio-padrão					0,128	0,072
Coeficiente de variação					14,001	7,159

Analizando os resultados computacionais obtidos através da análise não linear, tem-se que esse apresentam grande aproximação da previsão de carga última para os espécimes P16A, PP16A, PP0B e Anco16B, ainda para os demais espécimes (P0A e P30A), essa previsão se manteve satisfatória, obtendo uma diferença média de apenas 0,4%. Em relação aos deslocamentos últimos, as modelagens não conseguiram alcançaram o mesmo nível de precisão obtido para o carregamento, ainda assim, os espécimes apresentaram um erro médio de somente 8,9%.

Os parâmetros de eficiência mostram que os valores médios se aproximam de 1, os desvios-padrão e os coeficientes de variação ficam próximos de 7% para o carregamento e 14% para o deslocamento, evidenciando que os modelos computacionais tiveram uma boa precisão e uma baixa dispersão. Dessa forma, é exibindo que o método de modelagem proposto consegue obter uma boa correlação do comportamento carga versus deslocamento, conseguindo principalmente prever com precisão a carga última dos espécimes, estando perceptível as alterações de excentricidades, taxas de armaduras de flexão e de armaduras de cisalhamento.

Na Figura 3.36 é exibido a comparação entre os resultados experimentais de Kruger (1999) com os modelos computacionais realizados neste trabalho, quanto ao padrão dos deslocamentos verticais conforme o aumento do carregamento. Sendo o deslocamento vertical monitorado em 11 pontos ao longo do eixo na direção Norte-Sul.

Com isso, é analisado que os deslocamentos verticais dos modelos computacionais apresentaram um comportamento semelhante ao experimental, apresentando pequenas diferenças de intensidades, como as verificadas nos modelos P16A, PP16A, PP0B e Anco16B, que tiveram um comportamento ligeiramente mais rígido ao observado no experimento. Enquanto que no modelo P0A o comportamento é um pouco mais flexível em relação ao experimental, corroborando com o que foi verificado em relação ao comportamento carga versus deslocamento.

A pesar dessa diferença de intensidade, os modelos computacionais, assim como os espécimes ensaiados, exibem certa linearidade na curvatura da laje, em que essa deslocasse mais na região de aplicação do carregamento e diminui quase linearmente ao se aproximar dos apoios. Nesse sentido, para os espécimes carregados concentricamente, P0A e PP0B, o deslocamento ocorre de forma simétrica na direção Norte-Sul. Já nos casos de punção excêntrica, são provocadas assimetrias, onde o pico de deslocamento fica mais ao sul, acompanhando o sentido de aplicação da excentricidade.

Dessa forma, a proposta de modelagem computacional elaborada foi capaz de prever o aumento da capacidade de deformação, além do incremento de resistência, para as lajes com armadura de cisalhamento desse sistema de ensaio experimental realizado por Kruger (1999), seja essa do tipo estribo aberto ou conectores de aço.

Outro comportamento adequado identificado pelos modelos computacionais, está relacionado a diminuição da ductilidade dos espécimes, conforme o aumento da excentricidade, fazendo com que rompam com deslocamentos menores. Além disso, ao comparar as ligações laje-pilar P16A e P30A, é possível analisar que o aumento da excentricidade, provoca uma acentuação da assimetria para os mesmos níveis de carregamentos.

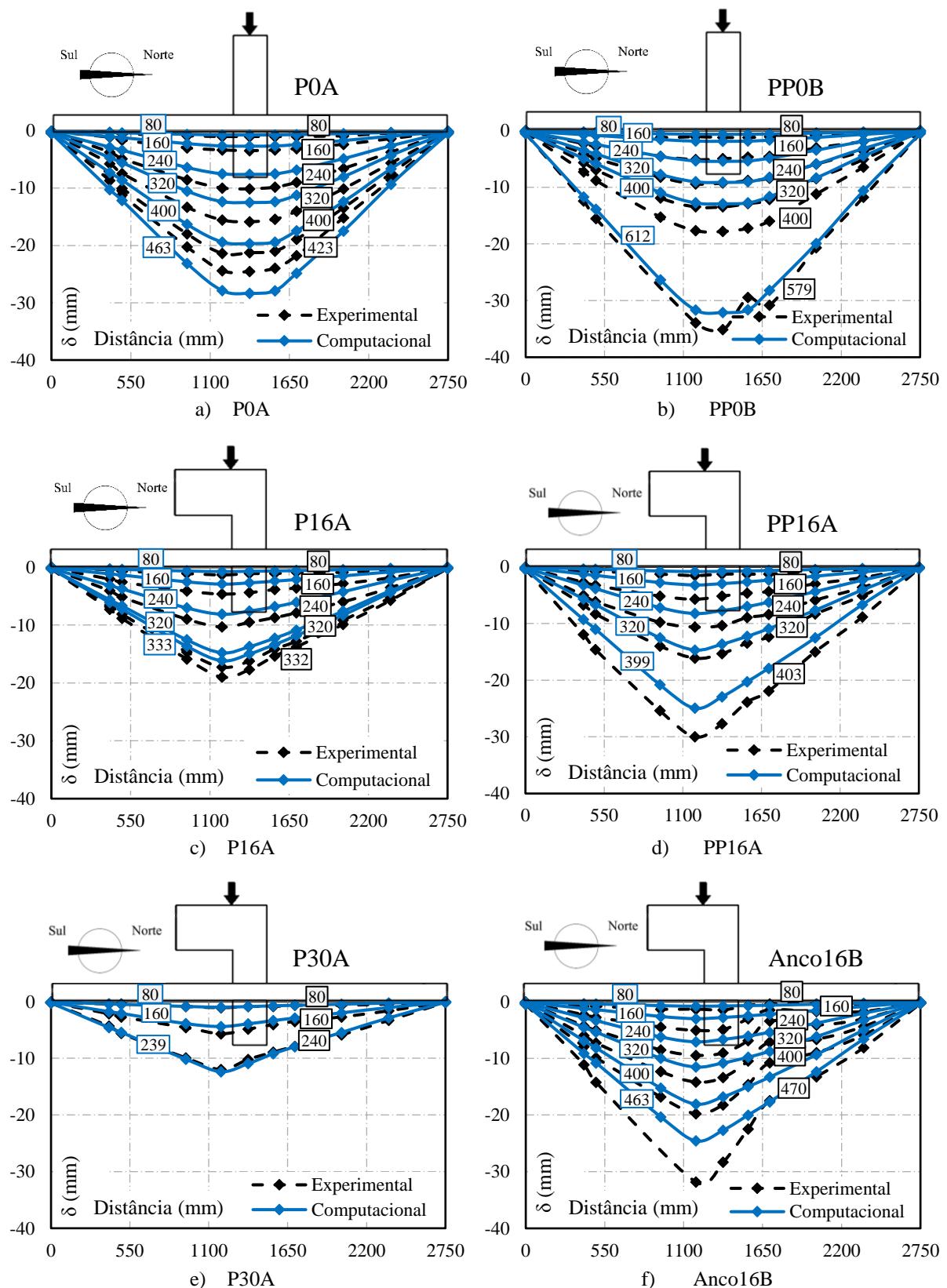
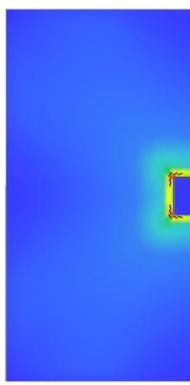


Figura 3.36 – Comparaç $\circ$ o dos deslocamentos verticais dos espécimes.

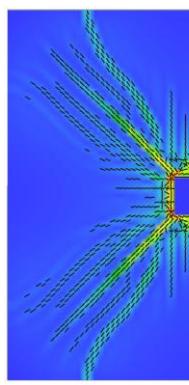
### 3.3.2. Evolução do Dano

A evolução do dano foi verificada computacionalmente para todos os espécimes testados, conforme apresentado nas Figuras de 3.37 a 3.42. Analisando a fissuração dos espécimes, foi observado que todos tiveram sua primeira fissura provocada pelo momento fletor, sendo caracterizada como uma fissura tangencial ( $f_{t0}$ ) que se desenvolve ao redor do pilar. Porém, para os casos de punção excêntrica, essa fissura não contorna totalmente o pilar, apresentando uma distribuição assimétrica. Verificações essas que estão de acordo com os resultados de Kruger (1999).

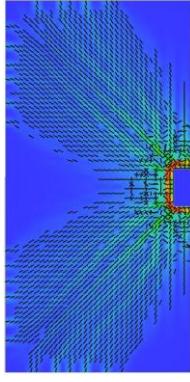
Além disso, ao comparar os resultados experimentais disponíveis no estudo de Kruger (1999), a respeito do padrão de fissuração conforme o aumento do carregamento, com os obtidos pelos modelos computacionais, é notável a semelhança entre esses, como apresentado nas Figuras 3.38, 3.40 e 3.41. Sendo constatado que após a primeira fissura, com o aumento do carregamento, surgem fissuras radiais ( $f_r$ ) que se estendem em direção aos apoios, diminuindo progressivamente a rigidez global das lajes. Próximo a carga última de todos os espécimes, surgem novas fissuras tangenciais, além do aumento da abertura da primeira fissura, governando a ruptura dos espécimes.



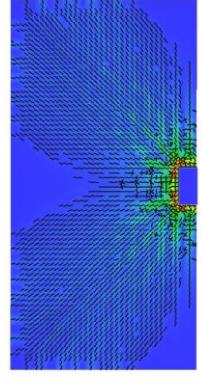
a) Primeira fissura  $f_{to}$ , com 80 kN de carregamento



b) Surgimento de fissuras  $f_r$ , com 160 kN de carregamento



c) Padrão de fissuração com 360 kN de carregamento



d) Padrão de fissuração na falha, com 463 kN de carregamento

Figura 3.37 – Evolução do dano conforme o aumento do carregamento no espécime P0A.

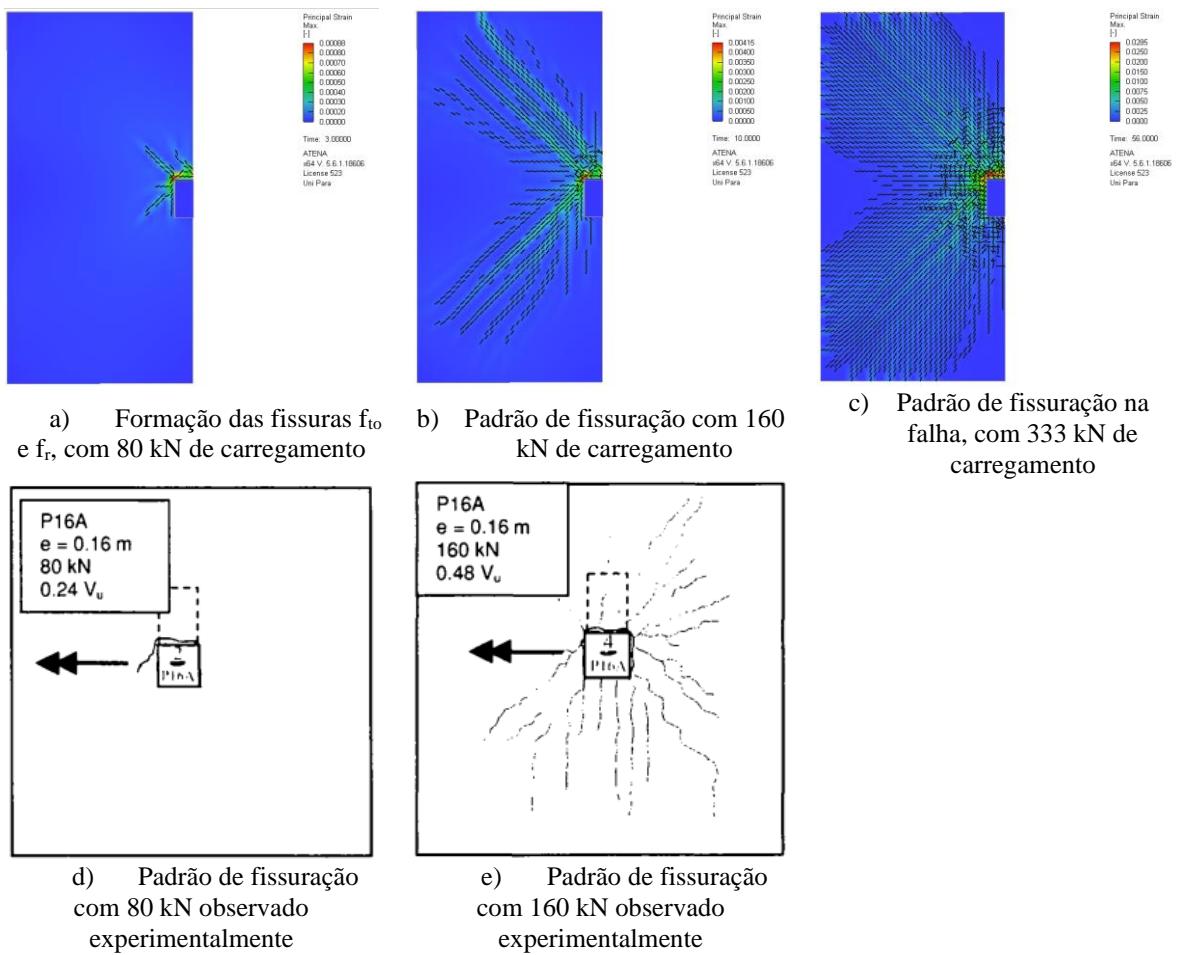


Figura 3.38 – Comparaçao da evolução do dano conforme o aumento do carregamento no espécime P16A.

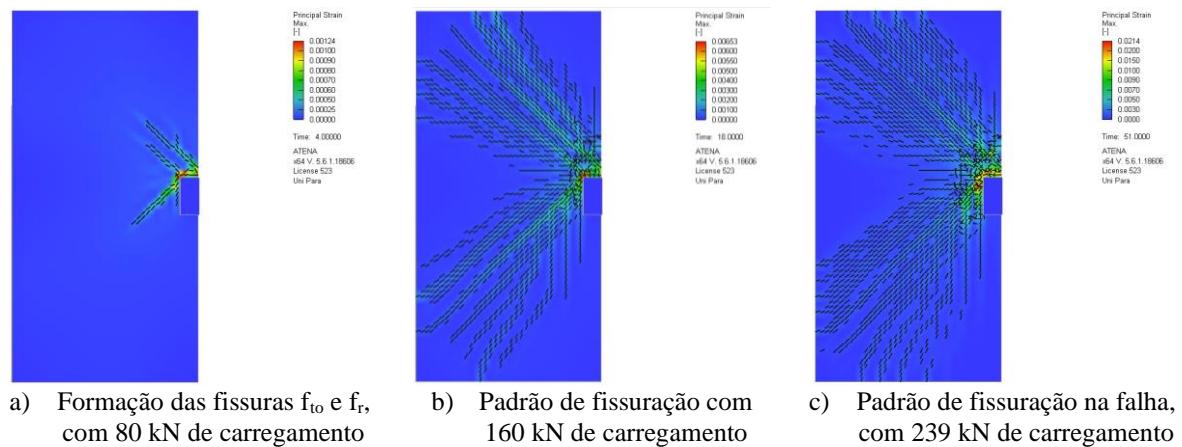
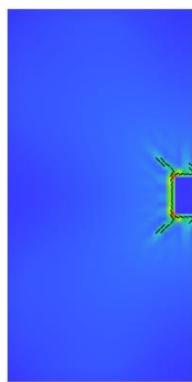
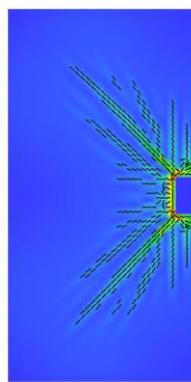


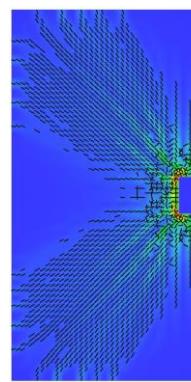
Figura 3.39 – Evolução do dano conforme o aumento do carregamento no espécime P30A.



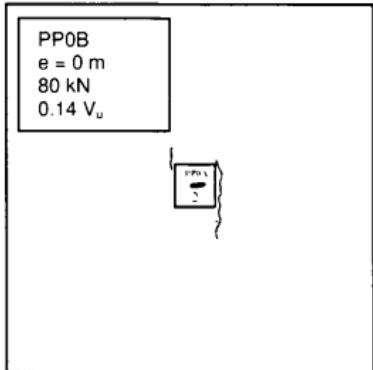
a) Formação das fissuras  $f_{to}$  e  $f_r$ , com 80 kN de carregamento



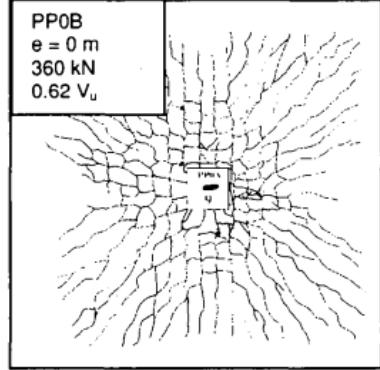
b) Padrão de fissuração com 160 kN de carregamento



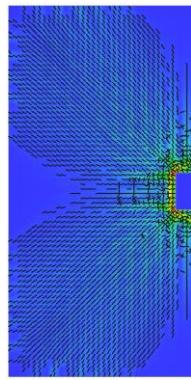
c) Padrão de fissuração com 360 kN de carregamento



d) Padrão de fissuração com 80kN observado experimentalmente



e) Padrão de fissuração com 360 kN observado experimentalmente



f) Padrão de fissuração na falha, com 612 kN de carregamento

Figura 3.40 – Comparaçao da evolução do dano conforme o aumento do carregamento no espécime PP0B.

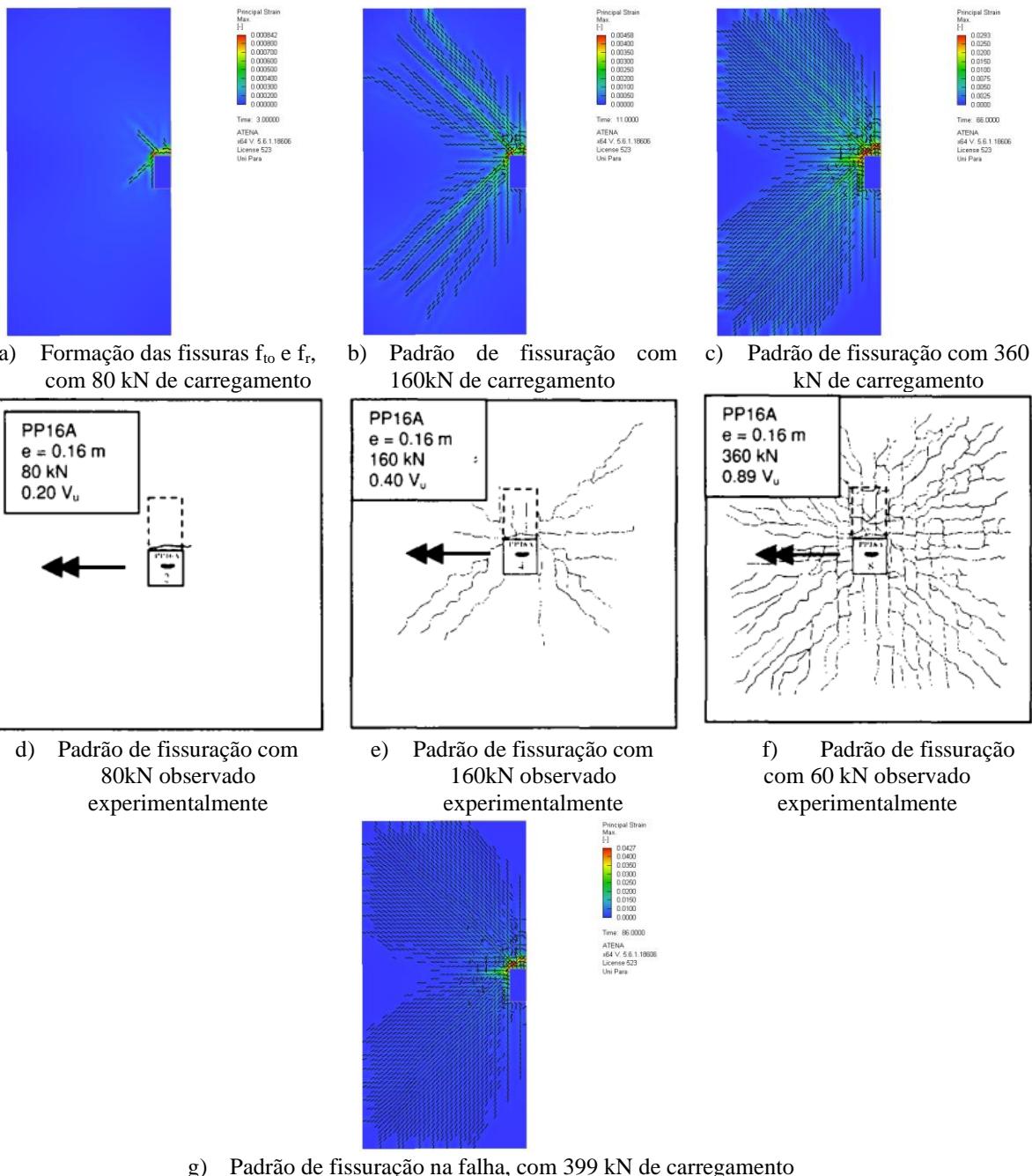


Figura 3.41 – Comparaçao da evolução do dano conforme o aumento do carregamento no espécime PP16A.

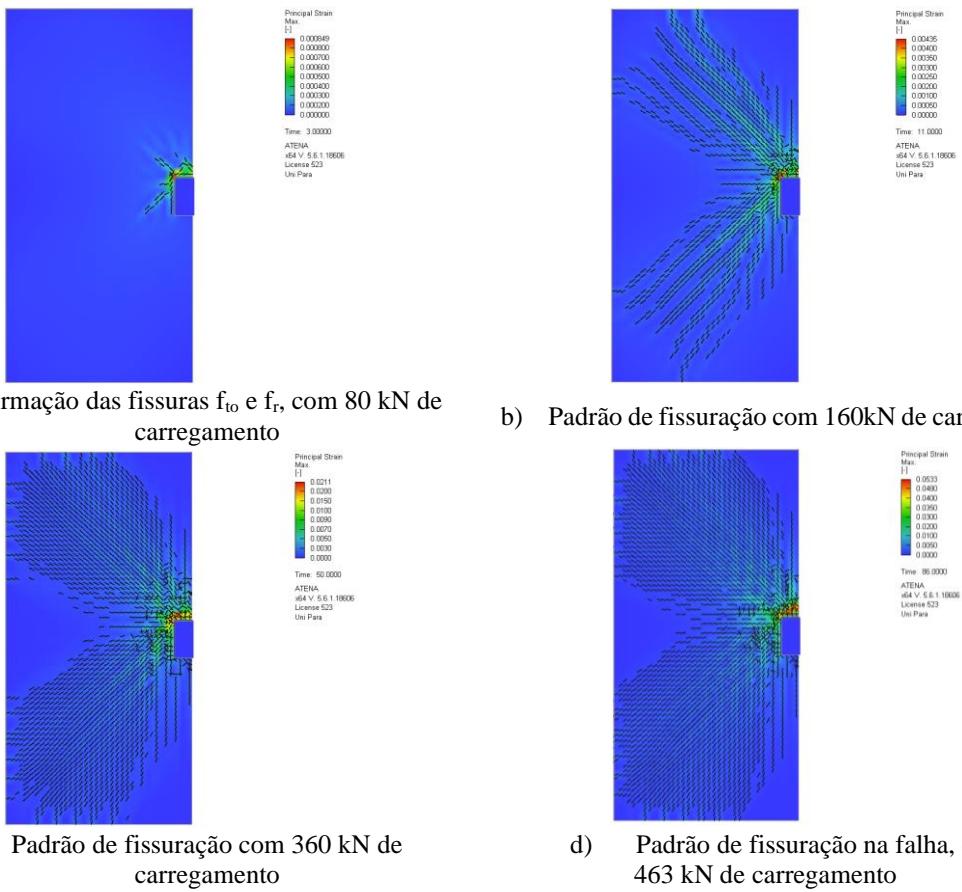


Figura 3.42 – Evolução do dano conforme o aumento do carregamento no espécime Anco16B.

### 3.3.3. Superfície de Ruptura

Da Figura 3.43 a 3.48, são apresentadas as superfícies de ruptura de todos os espécimes, sendo verificado que as ligações laje-pilar com carga concêntrica, P0A e PP0B, apresentaram uma fissura crítica que contornou o pilar, formando completamente o cone de punção, constatando uma distribuição simétrica da fissuração. Enquanto que para os casos de punção excêntrica, a ruptura ocorre de forma assimétrica, já que a fissura crítica fica concentrada no sentido sul, em que é aplicada a excentricidade, formando um cone de punção reduzido em comparação aos casos de carregamento centrado, uma vez que não são verificadas fissuras significativas no lado oposto a excentricidade.

Para os modelos com armadura de cisalhamento, PP0B, PP16A e Anco16B, as rupturas ocorreram dentro da região armada, se diferenciando do que ocorreu experimentalmente no espécime com studs como armadura de cisalhamento. Não sendo possível confinar suficientemente o concreto, para essa taxa de armadura de cisalhamento. Isso pode indicar certa

limitação do modelo para definir o melhor tipo de armadura de cisalhamento, já que esse fator depende diretamente do mecanismo de ancoragem dessas armaduras, enquanto que nos modelos é realizada a consideração de aderência perfeita entre o concreto e o aço.

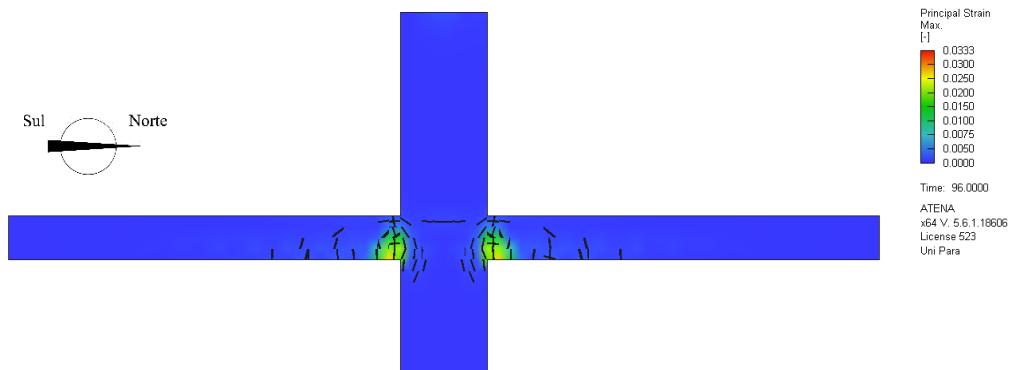


Figura 3.43 – Superfície de ruptura do espécime P0A.

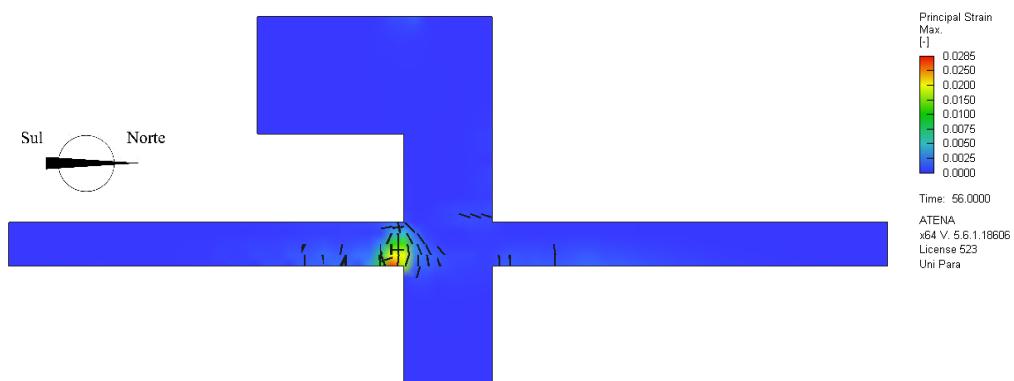


Figura 3.44 – Superfície de ruptura do espécime P16A.

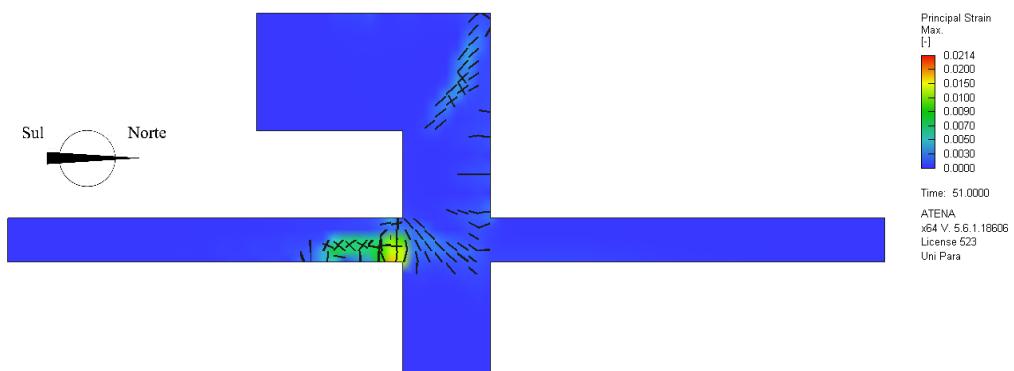


Figura 3.45 – Superfície de ruptura do espécime P30A.

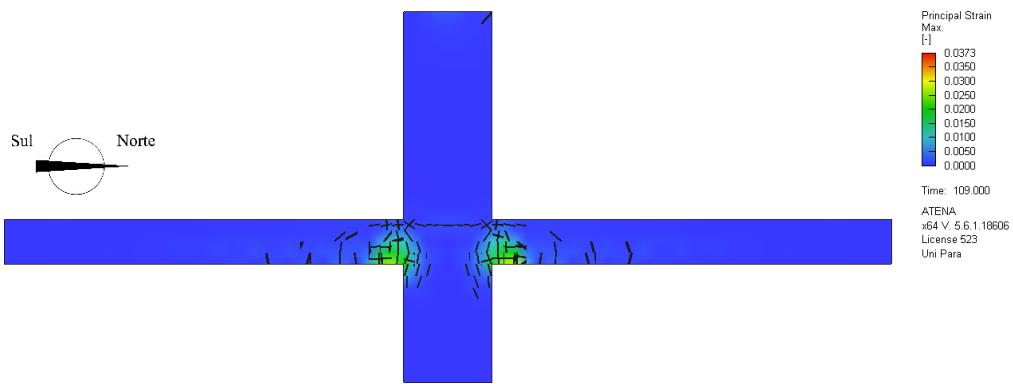


Figura 3.46 – Superfície de ruptura do espécime PP0B.

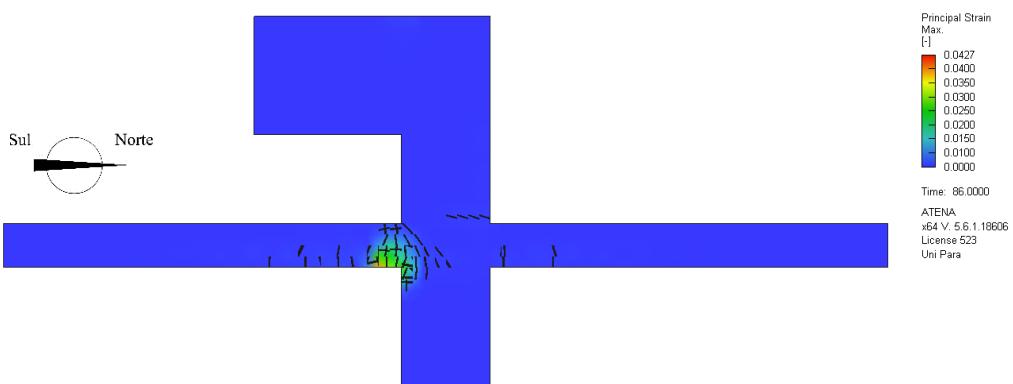


Figura 3.47 – Superfície de ruptura do espécime PP16A.

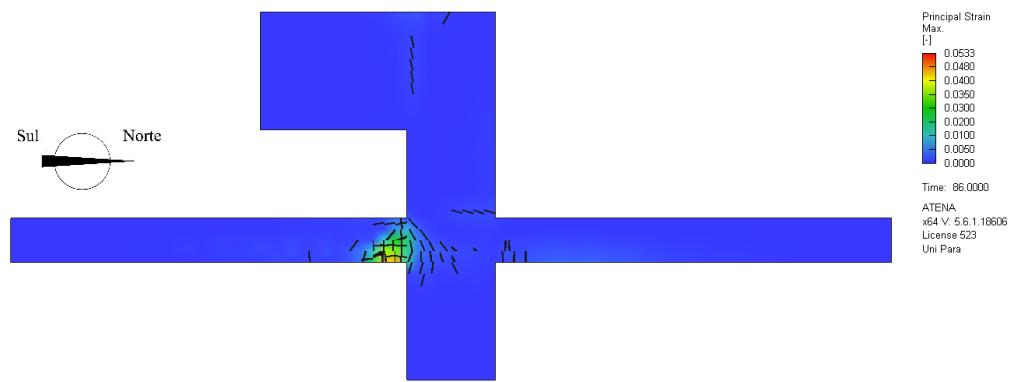


Figura 3.48 – Superfície de ruptura do espécime Anco16B.

### 3.4. Proposta de estudo paramétrico

Devido a grande maioria dos trabalhos que analisam o comportamento de ligações laje-pilar submetidas a ação de momentos desbalanceados serem de natureza experimental, ocorrem dificuldades para a investigação de alguns parâmetros, devido ao alto custo relacionado a esses. Com isso, tais estudos acabam sendo limitados na verificação de alguns parâmetros que ocorrem em situações de projeto, como ligações laje-pilar submetidas a diferentes intensidades

de momento desbalanceado, somadas a diferentes resistências do concreto e taxas de armadura de flexão.

Nesse sentido, esse trabalho propõe um estudo paramétrico para permitir a avaliação da resistência à punção em diferentes situações, conforme apresentado a seguir. Em que os modelos computacionais propostos foram elaborados com base nos ensaios experimentais de Kruger (1999), em que a proposta de método de modelagem apresentou boa correlação em relação aos resultados de carga versus deslocamento, conseguindo reproduzir as variações de resistência esperadas, em relação aos acréscimos de armadura de flexão e de cisalhamento, além das variações da excentricidade.

Com o objetivo de avaliar o efeito do momento desbalanceado combinado em diferentes situações, para todas as séries foi realizado o aumento do comprimento do trecho em balanço que sai da parte superior do pilar, além de alterar a propriedade do material para linear elástica nesse mesmo trecho, permitindo a extrapolação dos resultados, aumentando o nível de excentricidade aplicada, transferido o carregamento para laje sem que o pilar venha a romper, conforme apresentado na Figura 3.49.

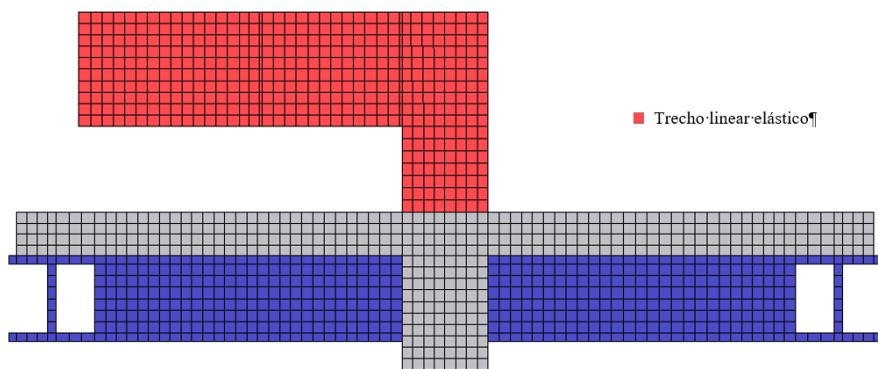


Figura 3.49 – Alterações na parte superior do pilar.

#### 3.4.1. Modelos Computacionais Propostos com Diferentes Excentricidades

Inicialmente, foi estudado o efeito da excentricidade para as ligações laje-pilar sem armadura de cisalhamento, variando esse parâmetro de 40 em 40 mm, de 0 a 160 mm; de 80 em 80 mm, de 160 a 480 mm, e de 160 em 160 mm, de 480 a 1280 mm, conforme indicado nas Tabela 3.7. Essa primeira série foi realizada a partir do modelo computacional P16A, sendo mantidas as mesmas propriedades do concreto e das armaduras para esses modelos.

Tabela 3.7 – Modelos paramétricos baseados no espécime P16A com mudança de excentricidade.

Modelo	L (mm)	d (mm)	$f_c$ (MPa)	$\rho$ (%)	e (mm)
P0A - e	3000	121	38,6	1,06	0
P4A - e					40
P8A - e					80
P12A - e					120
P16A - e					160
P24A - e					240
P32A - e					320
P40A - e					400
P48A - e					480
P64A - e					640
P80A - e					800
P96A - e					960
P112A - e					1120
P128A - e					1280

#### 3.4.2. Modelos Computacionais Propostos com Diferentes Classes de Resistência à Compressão do Concreto

Posteriormente, na segunda série, foi realizada a avaliação da influência da resistência à compressão do concreto, analisando as classes de resistência do concreto estrutural C20, C30, C50, C70 e C90, pertencentes aos grupos I e II, previstos na ABNT NBR 8953 (2015). Essas classes de resistência foram associadas a diferentes níveis de excentricidades de carregamento, como apresentados na Tabela 3.8.

Tabela 3.8 – Modelos paramétricos baseados no espécime P16A com mudança na resistência à compressão combinada com diferentes excentricidades.

Modelo	L (mm)	d (mm)	$f_c$ (MPa)	$\rho$ (%)	e (mm)
P0A - C20	3000	121	20	1,06	0
P4A - C20					40
P8A - C20					80
P12A - C20					120
P16A - C20					160
P24A - C20					240
P32A - C20					320
P40A - C20					400
P48A - C20					480
P64A - C20					640
P80A - C20					800
P96A - C20					960
P112A - C20					1120
P128A - C20					1280
P0A - C30					0
P4A - C30					40
P8A - C30					80
P12A - C30					120
P16A - C30					160
P24A - C30					240
P32A - C30					320
P40A - C30					400
P48A - C30					480
P64A - C30					640
P80A - C30					800
P96A - C30					960
P112A - C30					1120
P128A - C30					1280

P0A - C50				50			0
P4A - C50							40
P8A - C50							80
P12A - C50							120
P16A - C50							160
P24A - C50							240
P32A - C50							320
P40A - C50							400
P48A - C50							480
P64A - C50							640
P80A - C50							800
P96A - C50							960
P112A - C50							1120
P128A - C50							1280
P0A - C70				70			0
P4A - C70							40
P8A - C70							80
P12A - C70							120
P16A - C70							160
P24A - C70							240
P32A - C70							320
P40A - C70							400
P48A - C70							480
P64A - C70							640
P80A - C70							800
P96A - C70							960
P112A - C70							1120
P128A - C70							1280
P0A - C90				90			0
P4A - C90							40
P8A - C90							80
P12A - C90							120
P16A - C90							160
P24A - C90							240
P32A - C90							320
P40A - C90							400
P48A - C90							480
P64A - C90							640
P80A - C90							800
P96A - C90							960
P112A - C90							1120
P128A - C90							1280

Devido as mudanças de classe de resistência do concreto, foi necessário a determinação das propriedades do concreto. Para isso, foi utilizado como referência o trabalho de Maués (2019), esse que realizou a calibração dos parâmetros de resistência do concreto no *software* Atena para ligações laje-pilar, obtendo resultados satisfatórios através da utilização das recomendações do fib Model Code 2010 (2013). Com isso, para o cálculo do módulo de elasticidade e da resistência à tração do concreto foram utilizadas as Equação 3.20 e 3.21.

$$E_0 = E_{c0} \cdot \alpha_E \cdot \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{1/3} \quad \text{Equação 3.20}$$

Sendo:

$E_0$  = Módulo de elasticidade.

$E_{c0}$  = 21500 MPa.

$\alpha_E$  = Parâmetro em função da natureza do agregado, sendo considerado igual a 1 neste trabalho.

$f_{cm}$  = Resistência média à compressão do concreto.

$$f_{ctm,inf} = 0,7 \cdot f_{ctm}$$

Equação 3.21

Sendo:

$f_{ctm,inf}$  = Resistência inferior do concreto à tração.

$f_{ctm}$  = Resistência média à tração do concreto, obtida pelas Equação 3.22 e 3.23 a depender da classe de resistência do concreto.

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{cm}^{2/3} \therefore \text{Classes de concreto} \leq \text{C50}$$

Equação 3.22

$$f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln \left( 1 + 0,1 \cdot (f_{cm} + \Delta_f) \right) \therefore \text{Classes de concreto} > \text{C50}$$

Equação 3.23

Sendo:

$\Delta_f = 8 \text{ MPa.}$

### 3.4.3. Modelos Computacionais Propostos com Diferentes Taxas de Armadura de Flexão

Além disso, na terceira série, foram testados modelos com taxas de armadura de flexão ( $\rho$ ) de 0,54% e 2,16%; com base nos modelos de classe de resistência C30, Tabela 3.9. Em que esses valores foram determinados considerando a mesma distribuição de armaduras de flexão utilizadas por Kruger (1999), sem modificar o espaçamento entre as barras e nem a altura útil ( $d$ ) das lajes, sendo alterado somente o diâmetro das barras para 10 e 20 mm.

Tabela 3.9 – Modelos paramétricos baseados nos espécimes da classe de concreto C30 com variações na taxa de armadura de flexão e mudança de excentricidade.

Modelo	L (mm)	d (mm)	$f_c$ (MPa)	$\rho$ (%)	e (mm)
P0A - $\rho$ - 0,54	3000	121	30	0,54	0
P4A - $\rho$ - 0,54					40
P8A - $\rho$ - 0,54					80
P12A - $\rho$ - 0,54					120
P16A - $\rho$ - 0,54					160
P24A - $\rho$ - 0,54					240
P32A - $\rho$ - 0,54					320
P40A - $\rho$ - 0,54					400
P48A - $\rho$ - 0,54					480
P64A - $\rho$ - 0,54					640
P80A - $\rho$ - 0,54					800
P96A - $\rho$ - 0,54					960
P112A - $\rho$ - 0,54					1120
P128A - $\rho$ - 0,54					1280
P0A - $\rho$ - 2,16				2,16	0
P4A - $\rho$ - 2,16					40
P8A - $\rho$ - 2,16					80
P12A - $\rho$ - 2,16					120
P16A - $\rho$ - 2,16					160
P24A - $\rho$ - 2,16					240
P32A - $\rho$ - 2,16					320
P40A - $\rho$ - 2,16					400
P48A - $\rho$ - 2,16					480
P64A - $\rho$ - 2,16					640
P80A - $\rho$ - 2,16					800
P96A - $\rho$ - 2,16					960
P112A - $\rho$ - 2,16					1120
P128A - $\rho$ - 2,16					1280

## 4. RESULTADOS COMPUTACIONAIS

### 4.1. Análise Paramétrica do Efeito da Excentricidade na Resistência à Punção

Como mencionado no Item 3.4.1, a fim de verificar a influência da excentricidade no comportamento de ligações laje-pilar, inicialmente foram realizadas variações somente desse parâmetro, partindo do modelo P16A, cobrindo uma faixa variação de 0 a 1280 mm de excentricidade, totalizando 14 modelos. Porém, para fins gráficos, em geral, a seguir serão apresentadas as variações de 320 em 320 mm.

#### 4.1.1. Deslocamentos Verticais

A Figura 4.1 apresenta os gráficos do comportamento de carga versus deslocamento, comparando modelos que se diferenciam somente pela aplicação de diferentes excentricidades de carregamento. Com isso, é possível observar que o aumento da excentricidade provoca diminuições relevantes na carga última e no deslocamento máximo das ligações laje-pilar, alterando a rigidez das mesmas, obtendo-se reduções entre as lajes extremas (P0A –  $e$ ; P128A –  $e$ ) de 75,1% e 77,9%, respectivamente. Vale ressaltar que a excentricidade do modelo P128A –  $e$  é muito elevada, porém, até para excentricidades menores, como do modelo P32A –  $e$ , são obtidas perdas significativas de 41,3% de resistência e de 49,5% de deslocamento ao comparar com o modelo de referência. Essas reduções estão diretamente associadas ao aumento do momento desbalanceado, que gera a concentração de esforço cortante na região alinhada com a excentricidade.

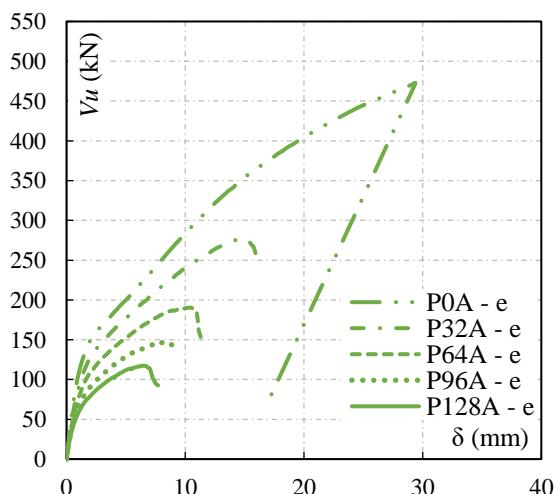


Figura 4.1 – Efeito da variação da excentricidade no comportamento carga versus deslocamento.

Corroborando com isso, na Tabela 4.1, são apresentados um resumo dos resultados de cada modelo em relação a suas respostas de carga última, deslocamento máximo e momento desbalanceado.

Tabela 4.1 – Resumo dos deslocamentos, cargas últimas e momentos desbalanceados.

Espécime	$\delta_u$ (mm)	$V_u$ (kN)	$M_u$ (kN.m)
P0A - e	29,40	472,30	0,00
P4A - e	19,25	387,23	15,49
P8A - e	18,28	366,97	29,36
P12A - e	16,51	341,06	40,93
P16A - e	16,43	331,58	53,05
P24A - e	14,96	300,32	72,08
P32A - e	14,83	276,86	88,60
P40A - e	13,28	246,73	98,69
P48A - e	12,24	228,53	109,69
P64A - e	10,38	190,49	121,91
P80A - e	9,24	165,78	132,62
P96A - e	8,63	146,76	140,89
P112A - e	7,83	131,51	147,30
P128A - e	6,48	117,34	150,20

Ao correlacionar a resistência à punção com o momento desbalanceado, é possível verificar certa linearidade para a correlação dessa série de dados, que conforme o aumento do momento desbalanceado, é provocada uma gradativa diminuição da resistência das ligações laje-pilar, conforme apresentado na Figura 4.2.

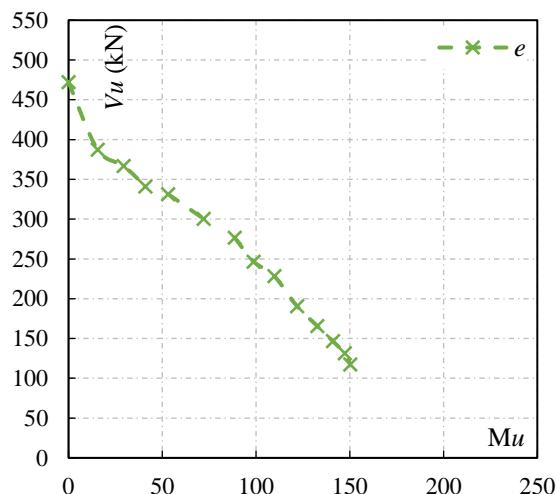


Figura 4.2 – Efeito do momento desbalanceado na resistência à punção.

Na Figura 4.3 é apresentado o perfil de deslocamentos verticais das lajes monitorado em 11 pontos ao longo do eixo na direção Norte-Sul. Ao analisar esses deslocamentos para lajes submetidas a diferentes níveis de momento desbalanceado, é verificado que no modelo carregado concentricamente (P0A – e), o deslocamento ocorre de forma simétrica na direção

Norte-Sul, apresentando seu deslocamento máximo na região central, alinhada a aplicação de carga. Já nos casos de punção excêntrica, conforme o aumento da excentricidade do carregamento são provocadas acentuadas assimetrias do perfil de deslocamento das lajes, onde o pico de deslocamento fica mais ao sul, acompanhando o sentido de aplicação da excentricidade, indicando um aumento da concentração tensões cisalhantes nessa região. Outro comportamento identificado está relacionado a diminuição do deslocamento máximo dos espécimes, conforme o aumento da excentricidade, fazendo com que rompam com menores deslocamentos.

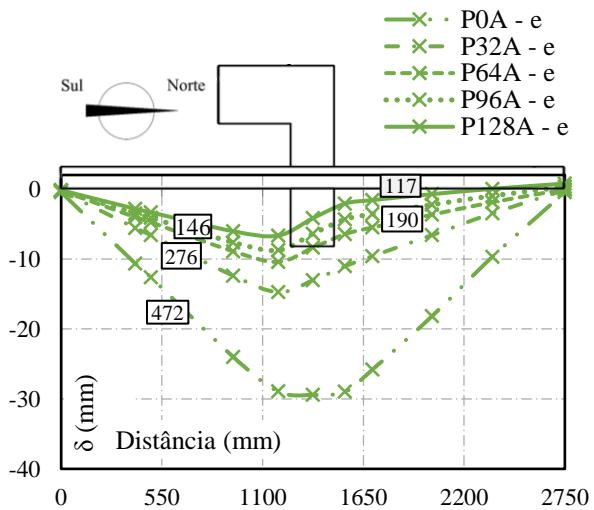


Figura 4.3 – Efeito da variação da excentricidade nos deslocamentos verticais.

Além disso, conforme o aumento da excentricidade, a partir do espécime P64A – e, é notada a ocorrência de uma inflexão do deslocamento vertical ao longo do eixo da laje, em que o lado ao norte tende a ser deslocado para cima, apontando para uma inversão de sinal da solicitação nesse lado e, consequentemente, uma diminuição da área resistente à punção.

#### 4.1.2. Padrão de Fissuração

Em todos os modelos computacionais de ligações laje-pilar a primeira fissura é tangencial, aparecendo próxima ao pilar, e conforme o aumento da força, aparecem as fissuras radiais e ocorre o desenvolvimento e o surgimento de novas fissuras tangenciais, até que essas governem a ruptura dos modelos computacionais. Nas Figura 4.4 a 4.8 é possível analisar o efeito da variação de excentricidade no padrão de fissuração na ruptura dos modelos computacionais. Para o modelo P0A – e tem-se um padrão de fissuração simétrica, sendo formado o cone

completo de ruptura pela fissura tangencial ( $f_{t0}$ ) que se desenvolve ao redor de todo o perímetro do pilar. Enquanto que para modelos com momento desbalanceado, ocorre uma assimetria no padrão de fissuração, concentrando as fissuras radiais ( $f_r$ ) no lado da aplicação da excentricidade e reduzindo o cone de ruptura, devido a  $f_{t0}$  não contornar completamente o pilar, o que leva a diminuição da resistência à punção, como foi verificado no Item 4.1.1.

Além disso, nos modelos com maiores excentricidades, P64A –  $e$ , P96A –  $e$ , P128A –  $e$ ; é notável o surgimento de uma fissura tangencial do lado aposto a aplicação da excentricidade, lado Norte, partindo da superfície superior para a inferior, demonstrando uma inversão de sinal da solicitação nesse lado, o que também corrobora com o que foi verificado no Item 4.1.1.

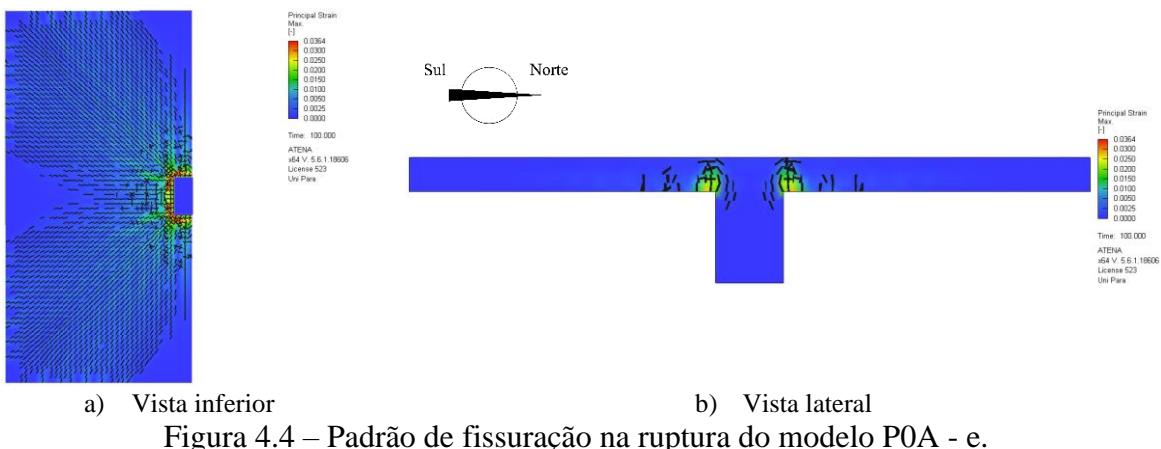


Figura 4.4 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P0A - e.

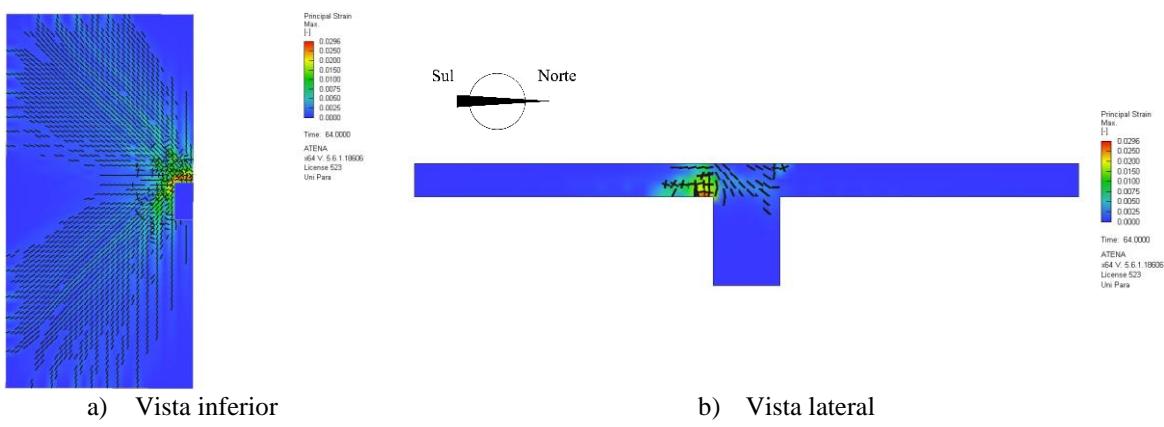


Figura 4.5 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P32A - e.

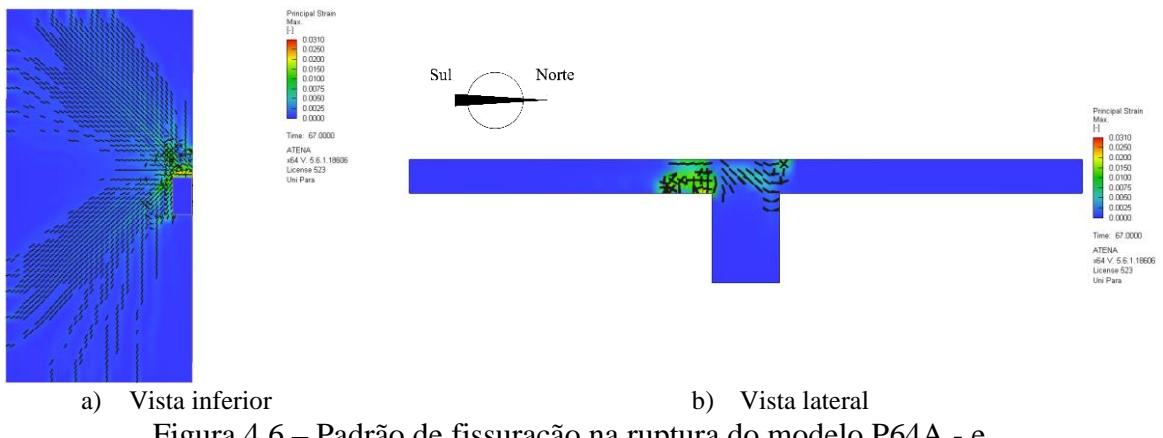


Figura 4.6 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P64A - e.

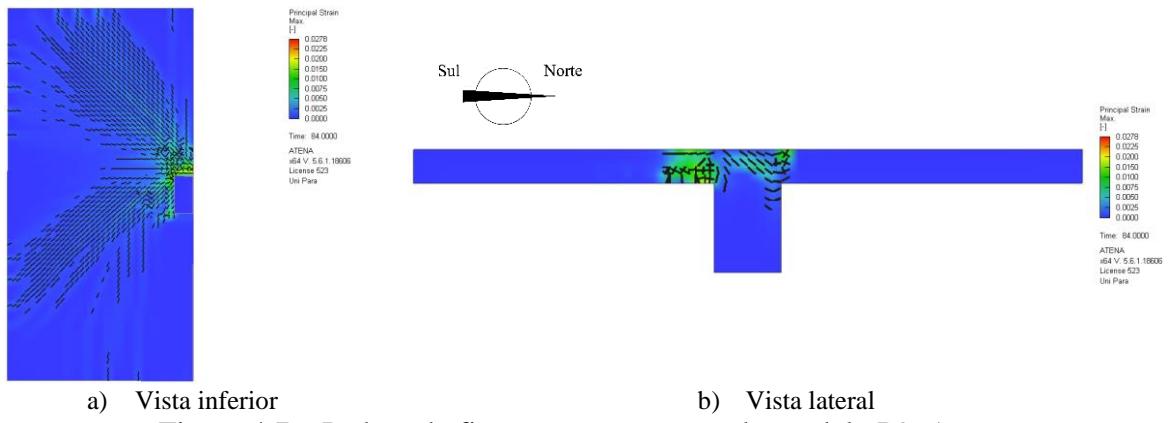


Figura 4.7 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P96A - e.

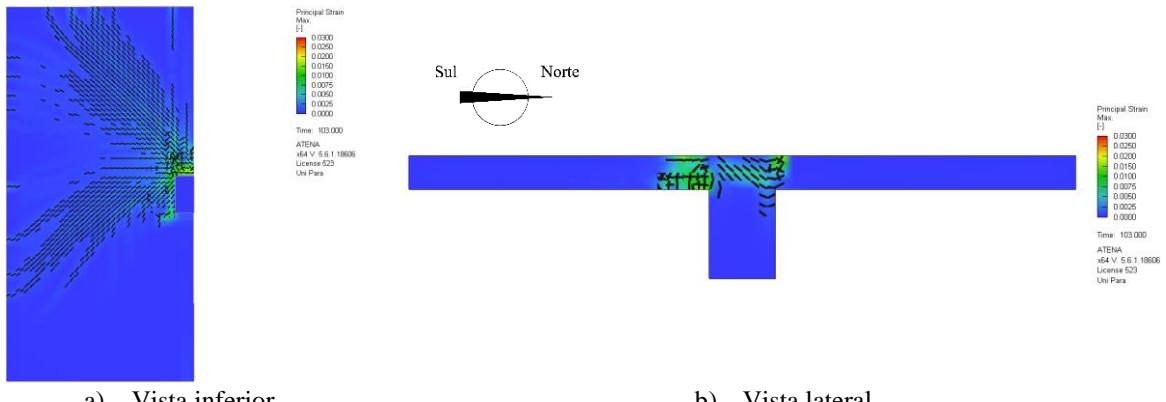


Figura 4.8 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P128A - e.

#### 4.1.3. Distribuição das Tensões Cisalhantes

As tensões cisalhantes no perímetro crítico da laje foram obtidas através da colocação de 9 pontos de monitoramento de tensões, que foram afastados a uma distância  $d/2$  das faces do pilar, sendo posicionados 1 em cada vértice do perímetro crítico, 3 alinhados ao centro do pilar e 4 alinhados aos vértices do pilar, conforme apresentado na Figura 4.9. Em cada um dos 9

pontos de monitoramento foram colocados 5 monitores ao longo da altura da laje, um em cada nó dos elementos finitos que compõe a altura da laje a uma distância  $d/2$  afastada das faces do pilar, desses 5 monitores foi extraído como resultado os maiores valores em módulo para plotar os gráficos.

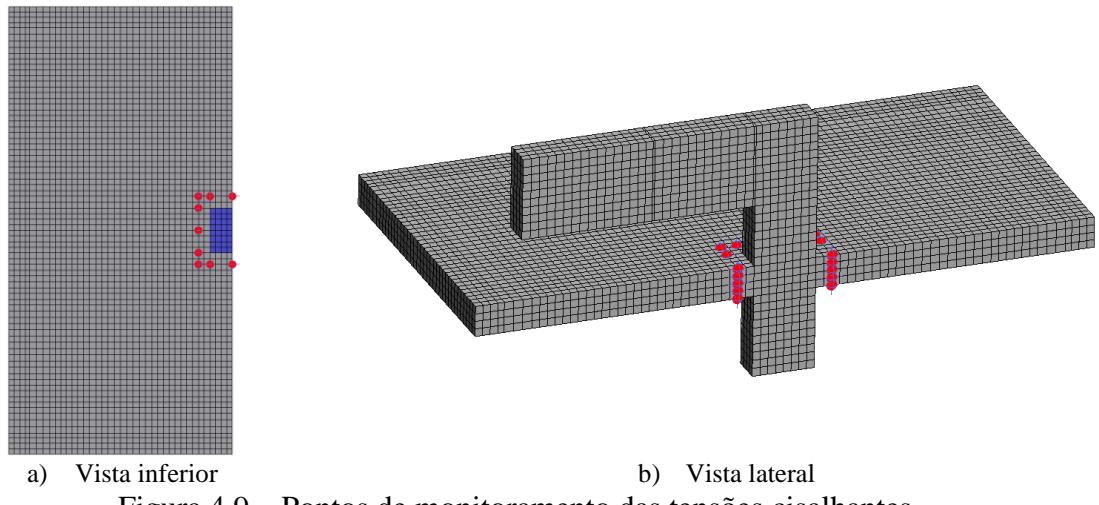


Figura 4.9 – Pontos de monitoramento das tensões cisalhantes.

Na Figura 4.10 são apresentados os gráficos de distribuição das tensões cisalhantes no perímetro crítico das ligações laje-pilar com diferentes excentricidades de carregamento, plotados para a carga última dos modelos, considerando a não linearidade do material. Os gráficos ainda apresentam a previsão de tensão resistente ao cisalhamento calculada pelas recomendações normativas do ACI 318 (2019).

Conforme são apresentadas as distribuições de tensões cisalhantes no perímetro crítico das lajes é possível observar a ocorrência de um acúmulo de tensões nos pontos alinhados aos vértices do pilar, principalmente para o modelo P0A –  $e$ , sendo essa distribuição mais uniforme para esse caso de punção concêntrica. Esse acúmulo verificado nos vértices do pilar está de acordo com os resultados de outros autores como Setiawan *et al.* (2020); Akinpelu *et al.* (2023).

Conforme o aumento da excentricidade de carregamento, é verificada uma redistribuição nas tensões de cisalhamento, em que ocorre a inversão de sinal da solicitação no lado oposto a aplicação da excentricidade, lado Norte, e um maior acúmulo de tensão no lado de aplicação da excentricidade, lado Sul. Efeito esse provocado pela transferência do momento fletor na ligação laje-pilar, fazendo com que haja a diminuição da resistência à punção, estando em conformidade com o que foi identificado por Anis (1970).

Além disso, para excentricidades maiores, modelos P64A –  $e$ , P96A –  $e$ , P128A –  $e$ ; se tem um maior acúmulo de tensões nos pontos alinhados ao centro do pilar na direção Norte – Sul, devido a aplicação da excentricidade ocorrer nessa mesma direção, esses pontos ganham mais importância para a verificação da resistência à punção.

Ao analisar a intensidade dos picos de tensão gerados, é verificado que os modelos de forma geral conseguem desenvolver tensões cisalhantes maiores que as previsões de tensão resistente ao cisalhamento calculada pela norma americana. Isso pode indicar que as previsões de carga última das lajes sejam mais conservadoras.

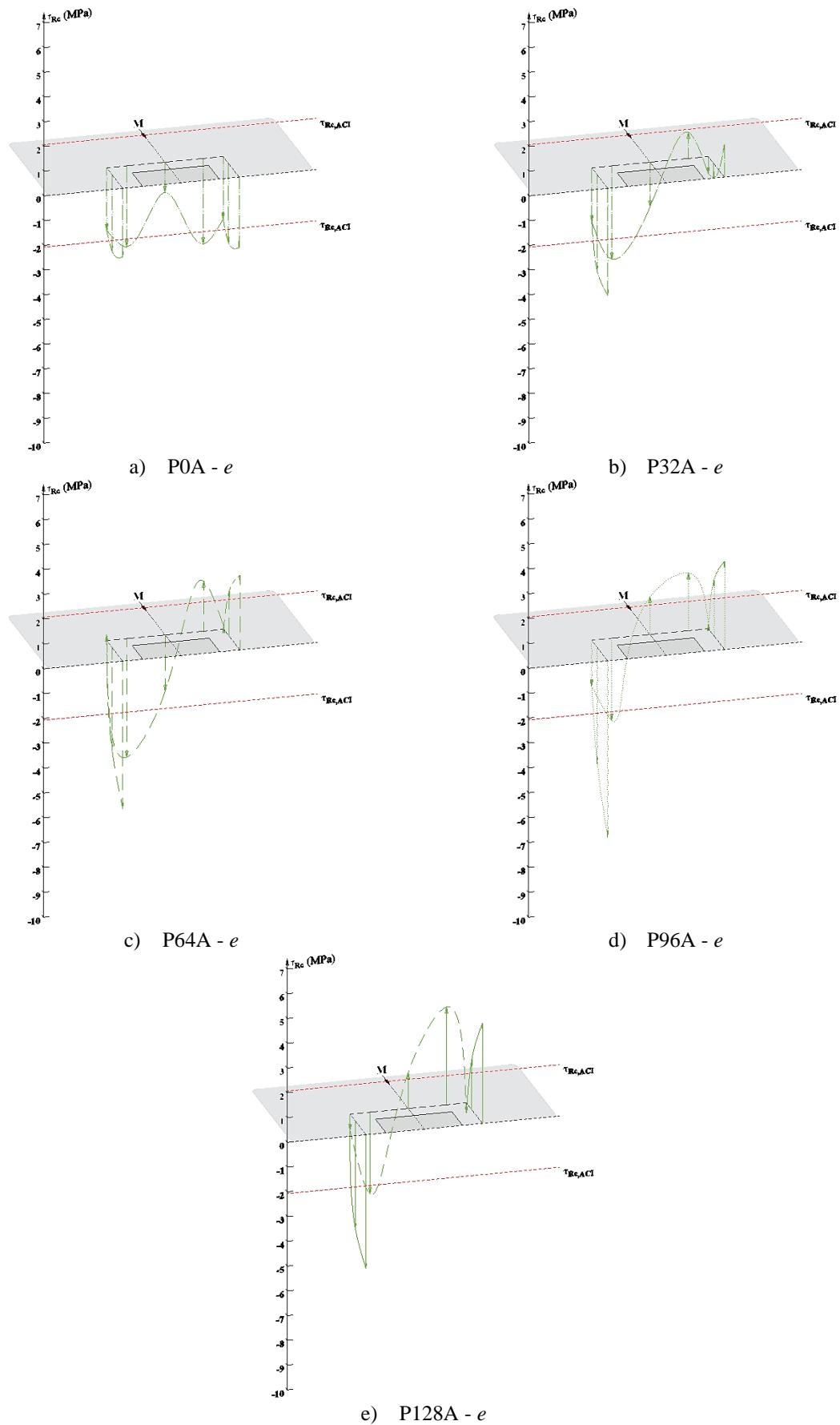


Figura 4.10 – Efeito da excentricidade nas tensões cisalhantes no perímetro crítico.

#### 4.1.4. Estimativas Normativas

Na Figura 4.11, são relacionadas as tensões associadas ao momento fletor ( $v_m$ ) e ao esforço cortante nas lajes ( $v_u$ ), ambos divididos pela tensão teórica, sendo determinada com base nas formulações normativas ( $v_{R,c}$ ). Verificando a influência dessas tensões de acordo com as previsões normativas para cada laje. A linha contínua preta representa a situação ideal. Os resultados acima são considerados conservadores, enquanto os resultados abaixo são considerados inseguros.

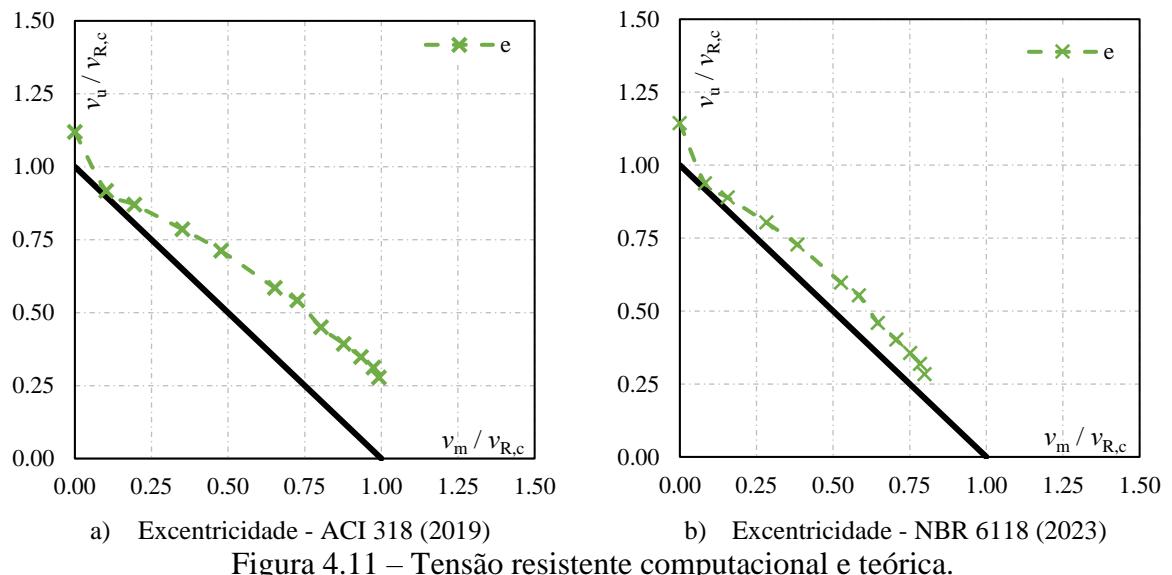


Figura 4.11 – Tensão resistente computacional e teórica.

Dessa forma, a Figura 4.11 mostra que a ABNT NBR 6118 (2023) obteve resultados mais próximos da linha contínua, enquanto O ACI 318 (2019) apresentou uma tendência ao conservadorismo conforme o aumento das tensões associadas ao momento fletor, em que conforme o aumento da excentricidade há um distanciamento do resultado computacional em relação ao teórico da norma americana.

#### 4.2. Análise Paramétrica do Efeito de Diferentes Classes do Concreto na Resistência à Punção com Momento Desbalanceado

Como mencionado no Item 3.4.2, para verificar a influência da resistência à compressão do concreto no comportamento de ligações laje-pilar submetidas a diferentes excentricidades de carregamento, foram realizadas variações nas classes de resistência do concreto estrutural C20, C30, C50, C70 e C90, associadas as excentricidades verificadas anteriormente, totalizando 70

modelos computacionais. Vale ressaltar que os ensaios experimentais de Kruger (1999) não abordaram ligações laje-pilar com concreto de alta resistência à compressão, com isso, é possível que os modelos não estejam suficientemente calibrados para as para alta resistência à compressão. Para fins gráficos, serão apresentadas as variações de 320 em 320 mm de cada classe de concreto.

#### 4.2.1. Deslocamentos Verticais

A Figura 4.12 apresenta os gráficos do comportamento de carga versus deslocamento, para as aplicações de excentricidade de 320 em 320 mm, indo de 0 a 1280 mm para cada classe de concreto. Ao analisar os gráficos, é possível observar um comportamento semelhante para todas as classes de resistência do concreto, com diminuições relevantes na carga última e no deslocamento máximo das ligações laje-pilar, provocadas pelo aumento da excentricidade.

Ao se analisar as reduções máximas de carga última e deslocamento para diferentes classes de resistência do concreto, conforme apresentado na Figura 4.13, observa-se que, na classe C20, as reduções atingem 78,1% e 80,5%, respectivamente. Para a classe C30, tais valores diminuem para 77,1% e 80,4%. Já nas classes C50, C70 e C90, as reduções observadas foram de 71,2% e 67,8%; 67,2% e 61,6%; e 65,5% e 60,7%, respectivamente. Tais variações decorrem, principalmente, do aumento da excentricidade aplicada. Diante desses resultados, verifica-se que, com o aumento da resistência à compressão do concreto, há uma tendência de redução nas perdas de capacidade resistente e de deslocamento máximo em ligações laje-pilar submetidas a esforços equivalentes.

Ao comparar os modelos representativos das classes C20 e C90, Figura 4.14, é verificado que o incremento da resistência do concreto proporciona aumentos de carga última. Os acréscimos observados foram de 24,2%, 50,3%, 79,9%, 88,8% e 95,8%, respectivamente, para os modelos P0A, P32A, P64A, P96A e P128A. Em relação aos deslocamentos máximos, identificam-se aumentos a partir da excentricidade de 80 mm, com incrementos de 13,7%, 58,7%, 69,3% e 100,2% para os modelos P32A, P64A, P96A e P128A, nessa ordem. Esses resultados demonstram que o aumento da resistência à compressão do concreto contribui significativamente para a elevação da capacidade de resistência à punção e no aumento do deslocamento máximo suportado por lajes lisas submetidas a momentos desbalanceados, especialmente em condições de elevada excentricidade. Como o que também foi identificado

por Brujić *et al.* (2018). Na Tabela 4.2, são apresentados um resumo dos resultados de cada modelo em relação a suas respostas de carga última, deslocamento máximo e momento.

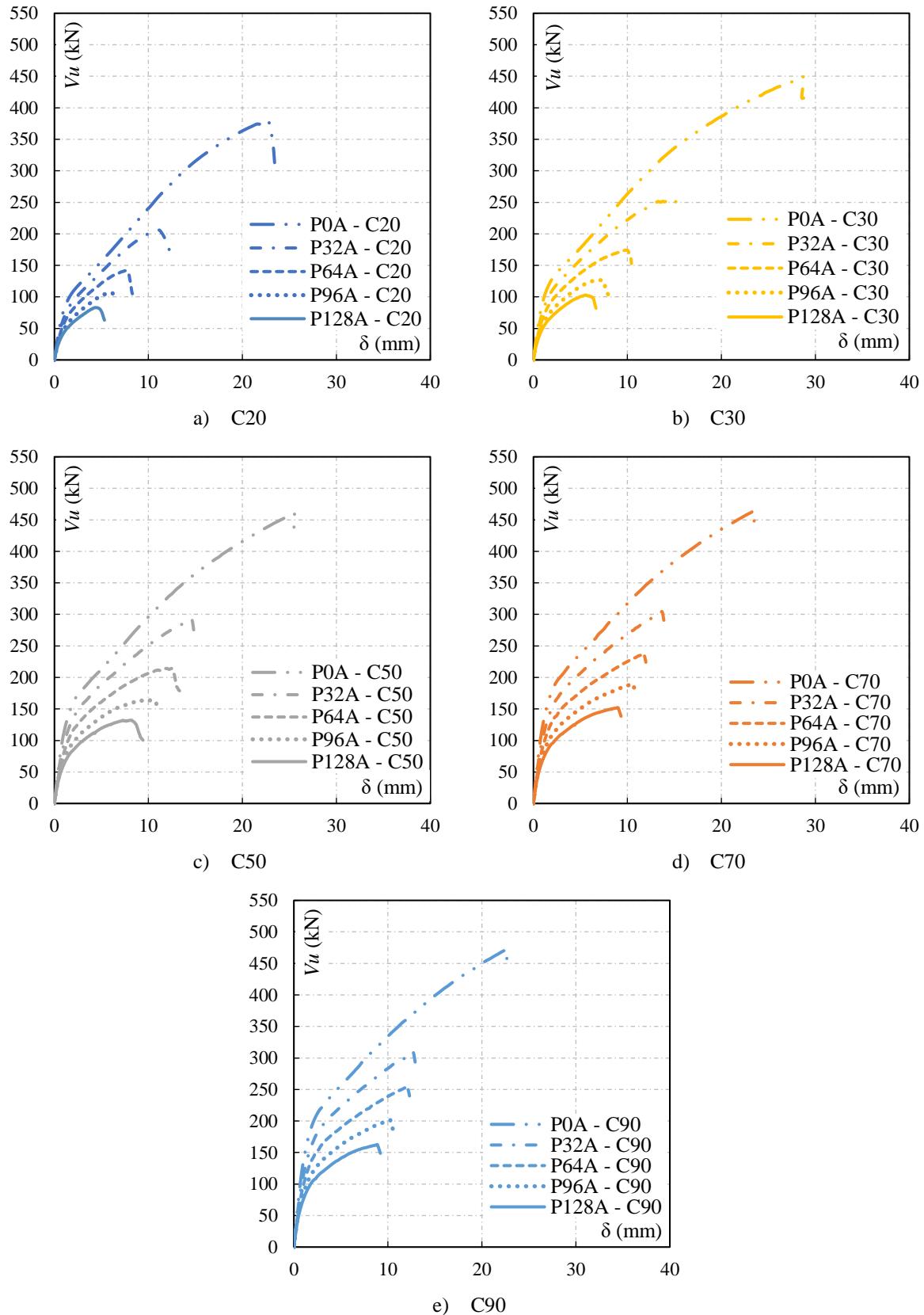


Figura 4.12 – Efeito da variação da excentricidade no comportamento carga versus deslocamento em ligações laje-pilar com diferentes classes de concreto.

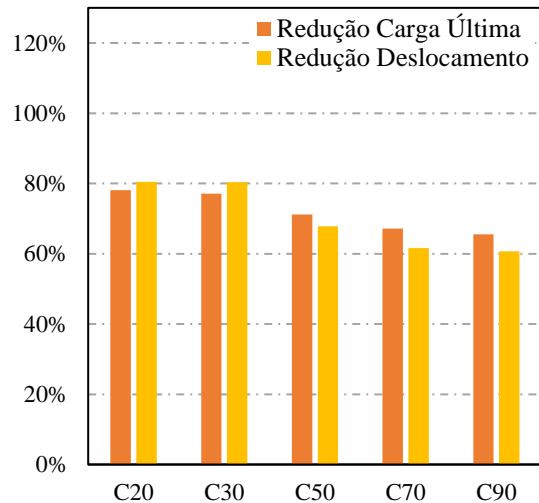


Figura 4.13 – Reduções máximas de carga última e deslocamento para cada classe de resistência do concreto.

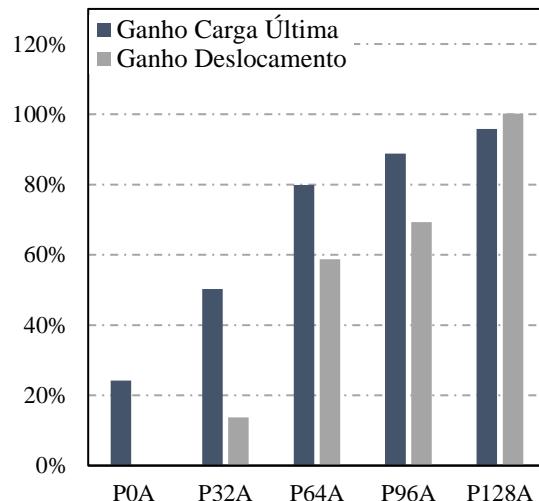


Figura 4.14 – Comparação do ganho de capacidade de carga e de deslocamento entre as classes de resistência C20 e C90.

Tabela 4.2 – Resumo dos deslocamentos, cargas últimas e momentos desbalanceados.

Modelo	$\delta_u$ (mm)	$V_u$ (kN)	$M_u$ (kN.m)
P0A - C20	22,72	380,29	0,00
P4A - C20	18,25	335,77	13,43
P8A - C20	16,36	308,52	24,68
P12A - C20	14,64	280,38	33,65
P16A - C20	13,73	257,69	41,23
P24A - C20	11,85	226,75	54,42
P32A - C20	11,17	205,96	65,91
P40A - C20	9,71	183,47	73,39
P48A - C20	8,92	165,09	79,24
P64A - C20	7,61	141,46	90,54
P80A - C20	6,22	118,16	94,53
P96A - C20	6,06	106,63	102,36
P112A - C20	4,61	91,58	102,57
P128A - C20	4,44	83,05	106,30
P0A - C30	28,76	448,51	0,00
P4A - C30	24,98	397,47	15,90
P8A - C30	20,10	360,36	28,83
P12A - C30	20,71	338,64	40,64
P16A - C30	18,72	316,24	50,60
P24A - C30	15,69	277,12	66,51
P32A - C30	14,95	255,95	81,91
P40A - C30	12,29	222,83	89,13
P48A - C30	11,83	201,08	96,52
P64A - C30	9,76	174,08	111,41
P80A - C30	8,26	148,40	118,72
P96A - C30	6,68	126,65	121,59
P112A - C30	6,60	114,59	128,34
P128A - C30	5,64	102,77	131,54
P0A - C50	25,54	459,87	0,00
P4A - C50	19,55	400,64	16,03
P8A - C50	17,36	370,27	29,62
P12A - C50	17,11	358,12	42,97
P16A - C50	15,55	333,91	53,43
P24A - C50	14,15	304,95	73,19
P32A - C50	14,64	291,78	93,37
P40A - C50	12,92	262,97	105,19
P48A - C50	12,76	247,98	119,03
P64A - C50	11,69	214,29	137,15
P80A - C50	11,24	185,23	148,19
P96A - C50	10,50	164,22	157,65
P112A - C50	8,85	146,52	164,10
P128A - C50	8,23	132,16	169,16
P0A - C70	23,48	463,98	0,00
P4A - C70	18,03	406,39	16,26
P8A - C70	16,78	383,20	30,66
P12A - C70	15,34	359,61	43,15
P16A - C70	14,41	341,19	54,59
P24A - C70	13,62	318,25	76,38
P32A - C70	13,70	303,99	97,28
P40A - C70	13,05	284,67	113,87
P48A - C70	12,06	263,25	126,36
P64A - C70	11,77	237,24	151,83
P80A - C70	11,25	210,57	168,46
P96A - C70	10,60	189,42	181,84
P112A - C70	8,82	165,49	185,35
P128A - C70	9,02	152,04	194,61
P0A - C90	22,63	472,30	0,00
P4A - C90	18,04	422,17	16,89
P8A - C90	16,18	393,61	31,49
P12A - C90	14,76	369,04	44,28
P16A - C90	13,84	350,81	56,13
P24A - C90	12,81	325,53	78,13
P32A - C90	12,70	309,58	99,07
P40A - C90	12,38	292,63	117,05
P48A - C90	12,36	279,72	134,27
P64A - C90	12,08	254,46	162,86
P80A - C90	11,21	225,75	180,60
P96A - C90	10,26	201,33	193,27
P112A - C90	8,70	176,81	198,03
P128A - C90	8,89	162,62	208,15

Ao correlacionar a resistência à punção com o momento desbalanceado, é possível verificar certa linearidade para as classes de concreto C20 e C30, que conforme o aumento do momento desbalanceado, é provocada uma gradativa diminuição da resistência das ligações laje-pilar. Enquanto que para os concretos de alta resistência (C50, C70 e C90) essa linearidade deixa de existir, apesar do aumento do momento desbalanceado continuar diminuindo a resistência à punção das lajes, essa proporcionalidade entre esses fatores não se mantém constante, conforme apresentado na Figura 4.15.

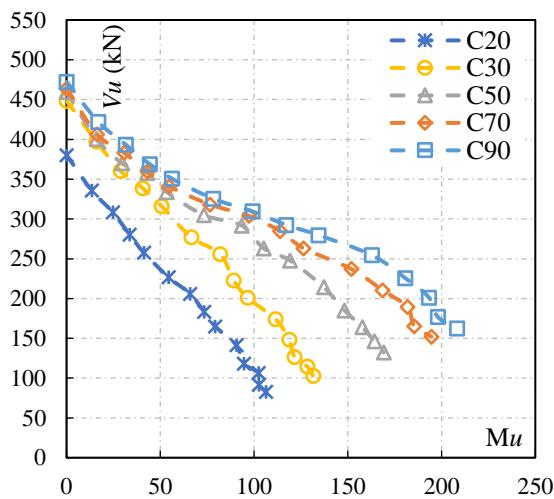


Figura 4.15 – Efeito do momento desbalanceado na resistência à punção de ligações laje-pilar com diferentes classes de concreto.

Na Figura 4.16 é apresentado o perfil de deslocamentos verticais das lajes monitorado em 11 pontos ao longo do eixo na direção Norte-Sul. Assim como identificado no Item 4.1.1, foi verificado que independente da classe do concreto, o comportamento global das lajes é o mesmo. Em que nos modelos carregados concentricamente (P0A – C20, P0A – C30, P0A – C50, P0A – C70 e P0A – C90), os deslocamentos ocorrem de forma simétrica na direção Norte-Sul, apresentando seus deslocamentos máximos na região central, alinhada a aplicação de carga. Enquanto que nos casos de punção excêntrica, são provocadas acentuadas assimetrias do perfil de deslocamento das lajes, em decorrência do aumento da excentricidade de carregamento, onde o pico de deslocamento fica mais ao sul, acompanhando o sentido de aplicação da excentricidade, indicando um aumento da concentração de tensões cisalhantes nessa região. Outro comportamento identificado está relacionado a diminuição do deslocamento máximo dos espécimes para uma mesma classe de resistência, devido ao aumento da excentricidade.

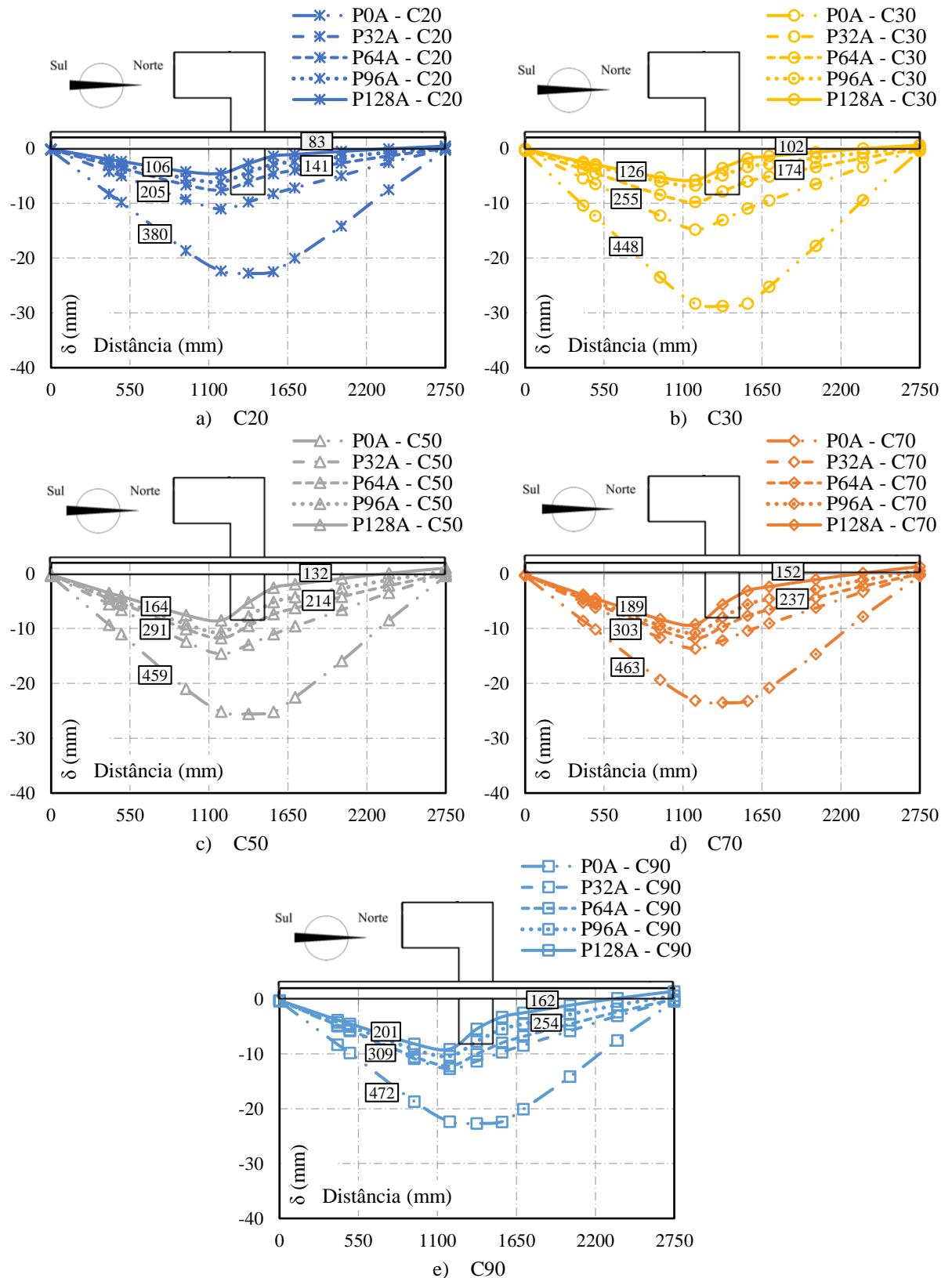


Figura 4.16 – Efeito da variação da excentricidade nos deslocamentos verticais de ligações laje-pilar com diferentes classes de concreto.

Além disso, como também verificado no Item 4.1.1, o aumento da excentricidade, provocou inflexões nos deslocamentos verticais ao longo dos eixos das lajes, em que o lado ao norte tendeu a ser deslocado para cima, apontando para uma inversão de sinal da solicitação nesse lado e, consequentemente, uma diminuição da área resistente à punção, isso ocorre para todas as lajes com excentricidades acima de 640 mm, independente da classe de resistência.

Como mencionado anteriormente, ao comparar modelos com mesma excentricidade de carregamento, é possível observar o impacto da resistência à compressão nos deslocamentos máximos, apresentando uma tendência de aumento da ductilidade conforme o acréscimo da resistência do concreto para a classe I, resistência normal, e certa estabilização para os concretos de classe II, de alta resistência.

#### 4.2.2. Padrão de Fissuração

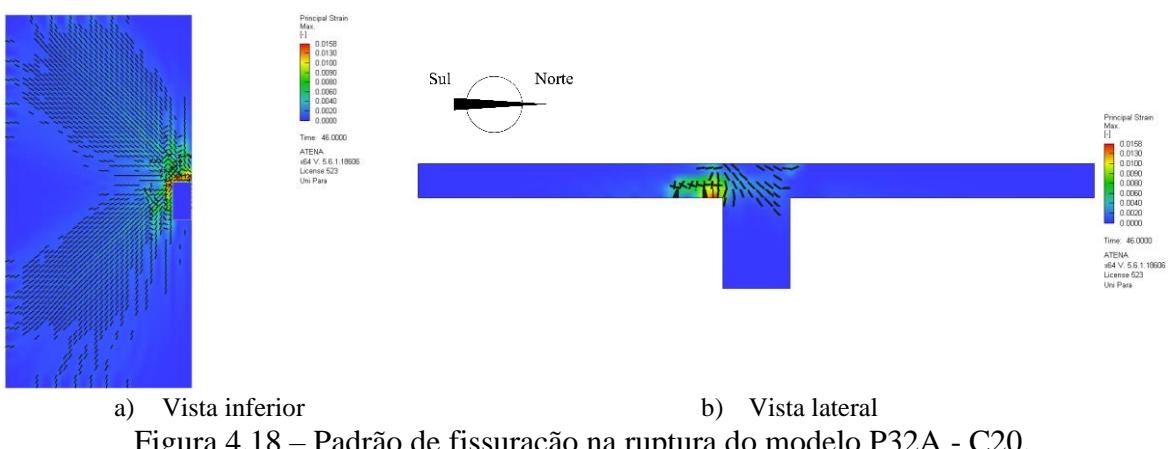
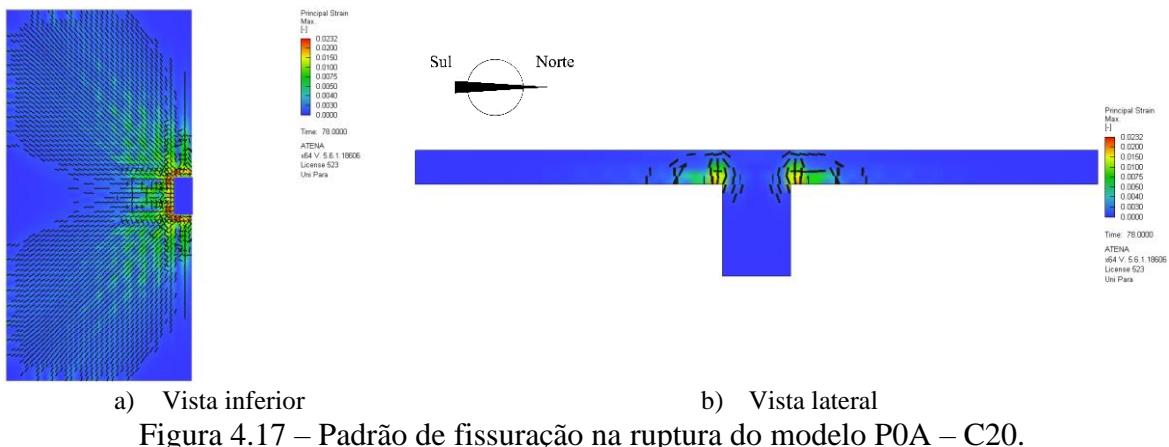
Para todos os modelos computacionais de ligações laje-pilar da segunda série, foi verificado um comportamento global em relação ao padrão de fissuração das lajes, semelhante ao identificado no Item 4.1.2. Desse modo, surge uma primeira fissura tangencial, próxima ao pilar, e conforme o aumento da carregamento, aparecem fissuras radiais e ocorre o desenvolvimento e o surgimento de novas fissuras tangenciais, até que essas governem a ruptura dos modelos computacionais.

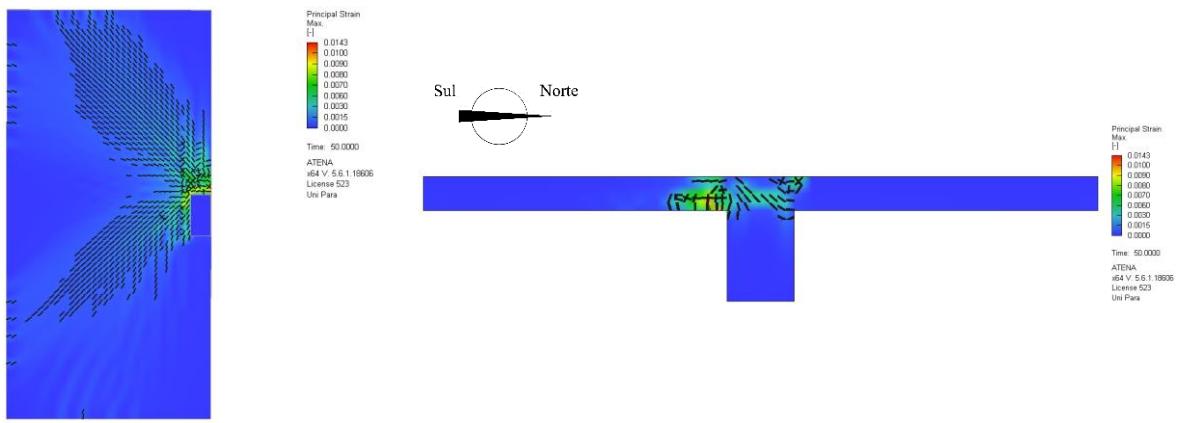
Nas Figura 4.17 a 4.21, 4.22 a 4.26, 4.27 a 4.31, 4.32 a 4.36, 4.37 a 4.41, são apresentados os padrões de fissuração para as lajes das classes de resistência C20, C30, C50, C70 e C90, respectivamente. A partir dessas, foi verificado o mesmo comportamento em relação a variação da excentricidade, no qual as lajes com carregamento concêntrico (P0A – C20, P0A – C30, P0A – C50, P0A – C70 e P0A – C90) tem um padrão de fissuração simétrica, sendo formado o cone completo de ruptura pela fissura tangencial ( $f_{t0}$ ) que se desenvolve ao redor do perímetro do pilar. Enquanto que para modelos com momento desbalanceado, há uma assimetria no padrão de fissuração, concentrando as fissuras radiais ( $f_r$ ) no lado da aplicação da excentricidade e reduzindo o cone de ruptura, devido a  $f_{t0}$  não contorna completamente o pilar, diminuindo da resistência à punção, corroborando com o que foi observado no Item 4.2.1.

Além disso, como analisado no Item 4.1.2, nos modelos com excentricidade maiores (640 mm, 960 mm e 1280 mm), foi verificado o surgimento de uma fissura tangencial do lado aposto a

aplicação da excentricidade, lado Norte, partindo da superfície superior para a inferior, demonstrando uma inversão de sinal da solicitação nesse lado, o que reforça a diminuição da resistência à punção apresentada no Item 4.2.1.

A principal influência da resistência à compressão do concreto, é exibida ao comparar modelos com a mesma excentricidade de carregamento, sendo observado uma tendência no aumento da quantidade de fissuras radiais conforme esse incremento de resistência do concreto, alterando a rigidez das ligações laje-pilar.

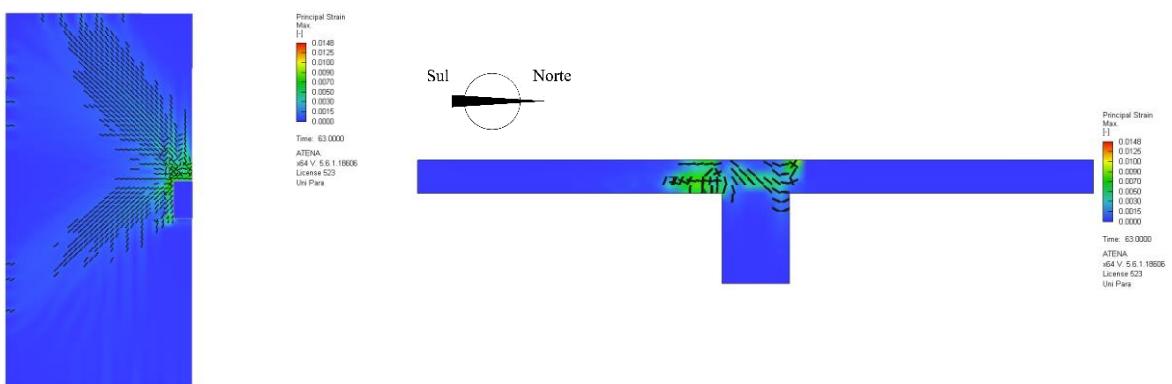




a) Vista inferior

b) Vista lateral

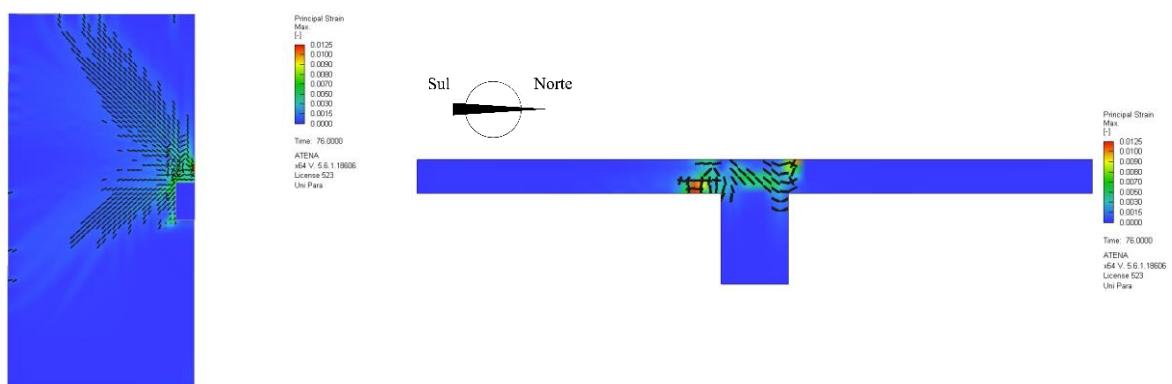
Figura 4.19 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P64A - C20.



a) Vista inferior

b) Vista lateral

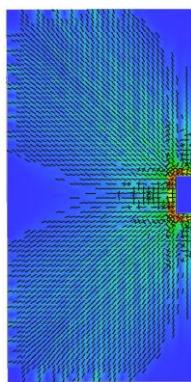
Figura 4.20 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P96A - C20.



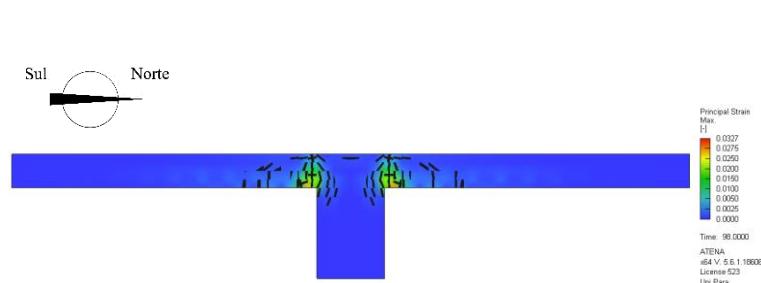
a) Vista inferior

b) Vista lateral

Figura 4.21 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P128A - C20.

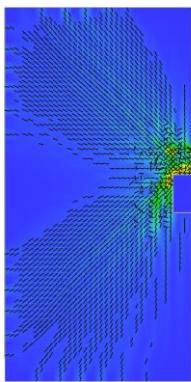


a) Vista inferior

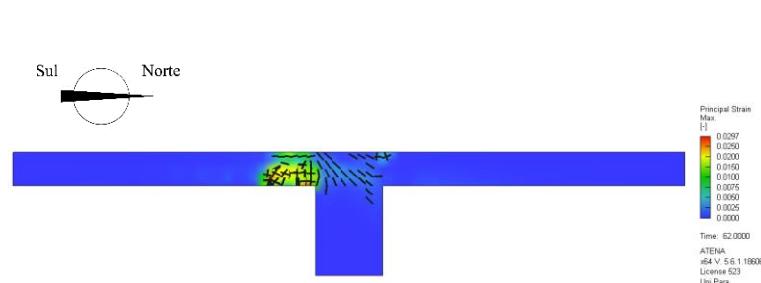


b) Vista lateral

Figura 4.22 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P0A – C30.

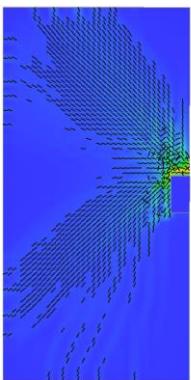


a) Vista inferior

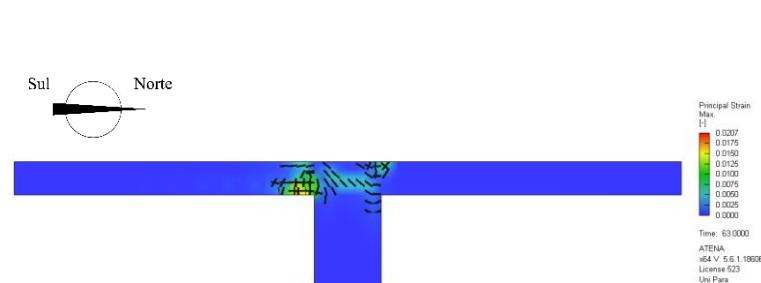


b) Vista lateral

Figura 4.23 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P32A – C30.

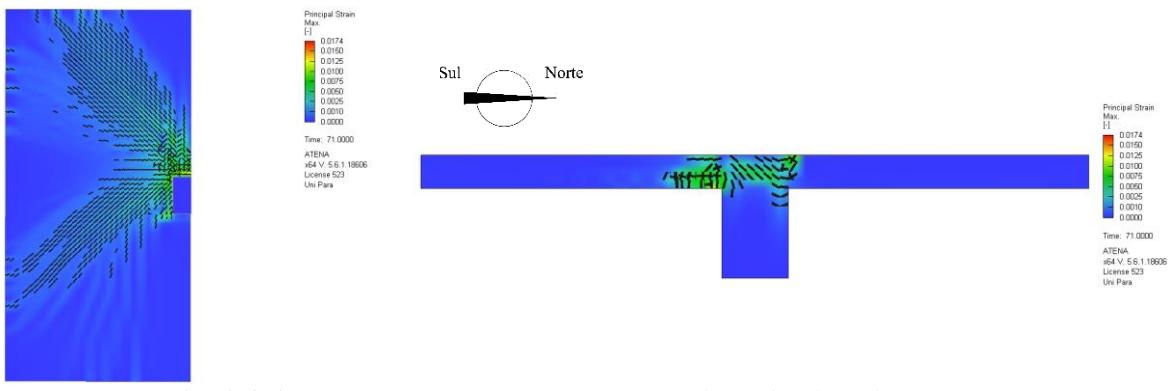


a) Vista inferior



b) Vista lateral

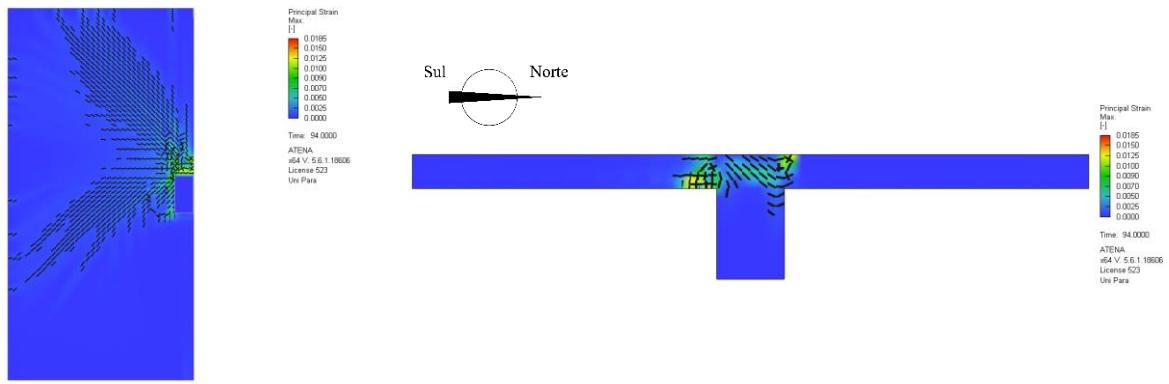
Figura 4.24 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P64A – C30.



a) Vista inferior

b) Vista lateral

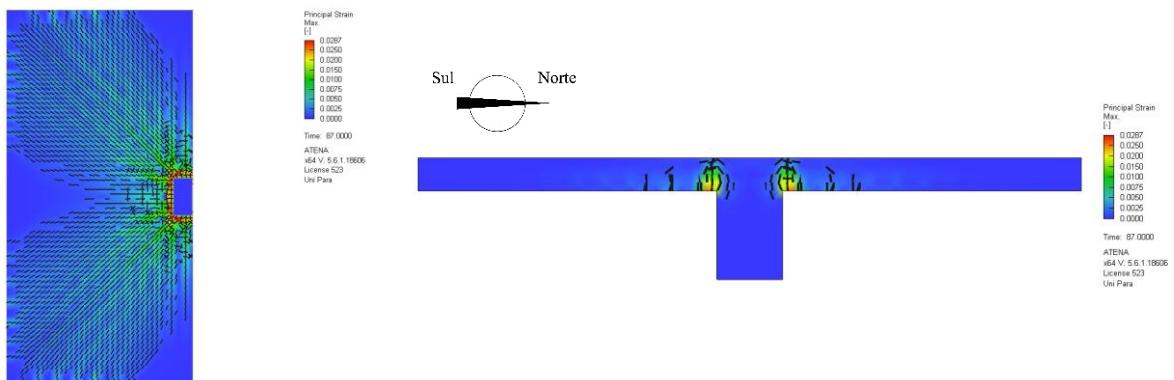
Figura 4.25 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P96A – C30.



a) Vista inferior

b) Vista lateral

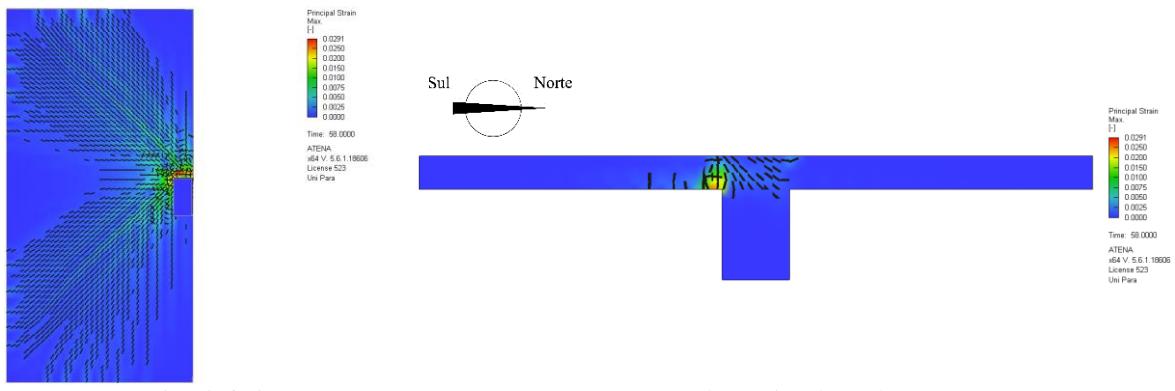
Figura 4.26 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P128A – C30.



a) Vista inferior

b) Vista lateral

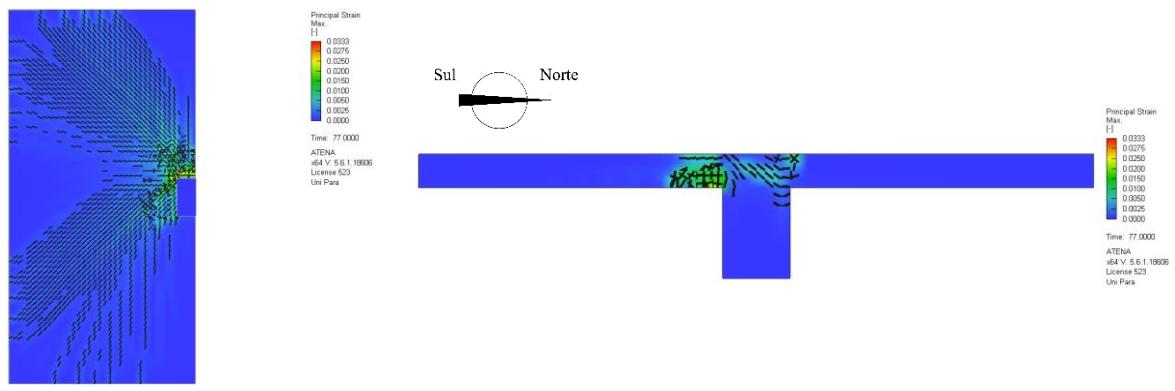
Figura 4.27 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P0A – C50.



a) Vista inferior

b) Vista lateral

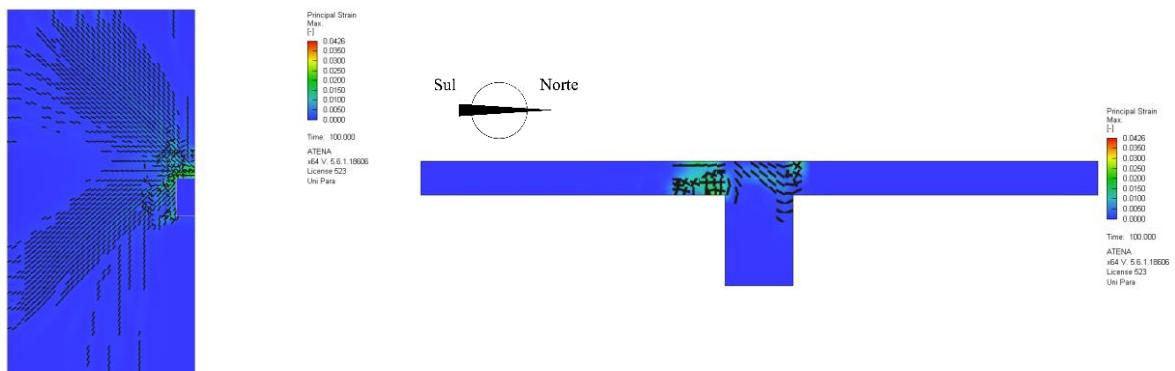
Figura 4.28 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P32A – C50.



a) Vista inferior

b) Vista lateral

Figura 4.29 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P64A – C50.



a) Vista inferior

b) Vista lateral

Figura 4.30 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P96A – C50.

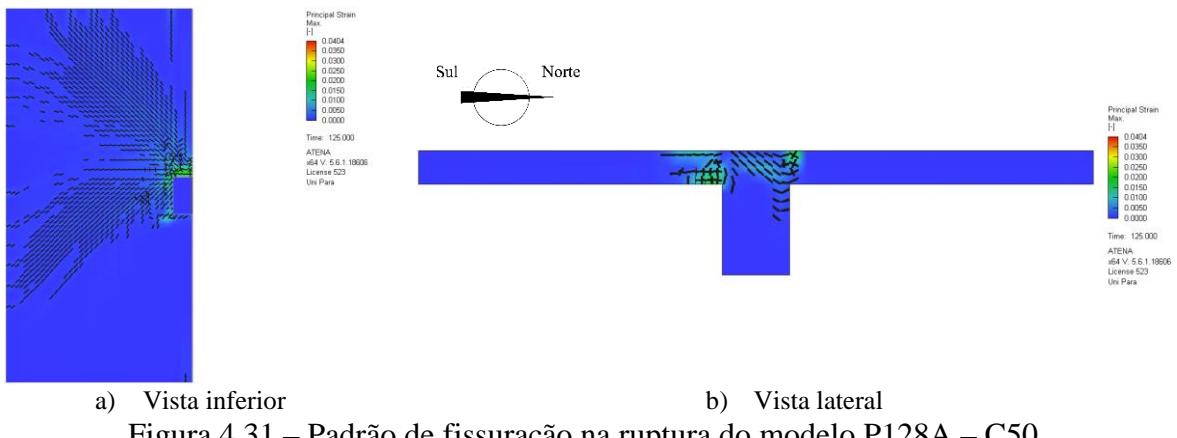


Figura 4.31 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P128A – C50.

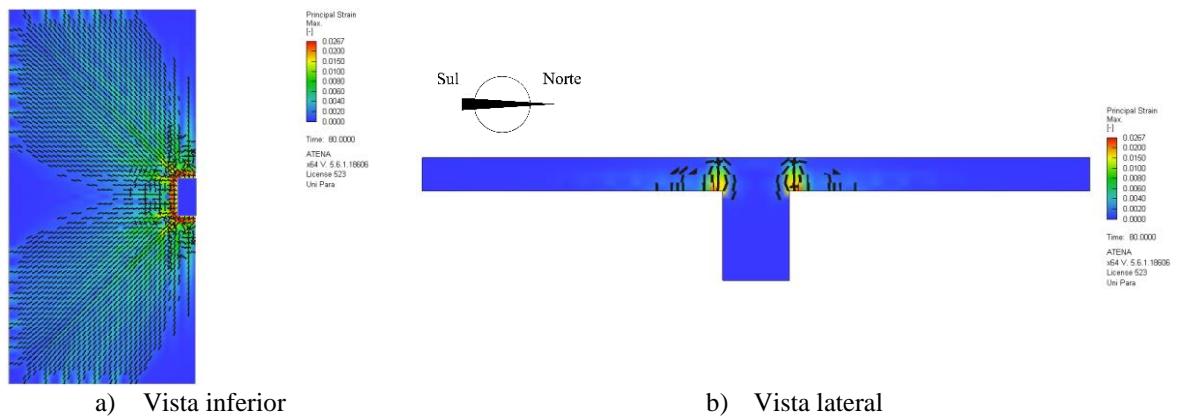


Figura 4.32 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P0A – C70.

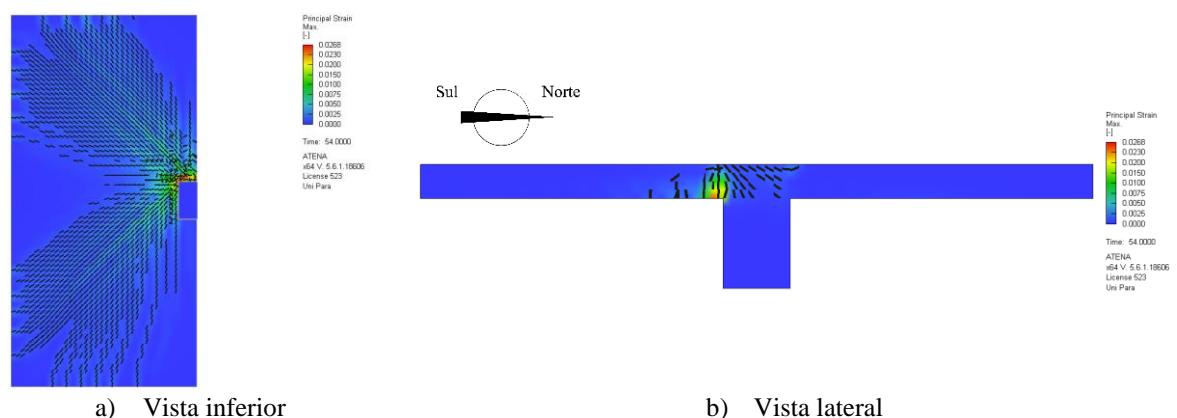


Figura 4.33 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P32A – C70.

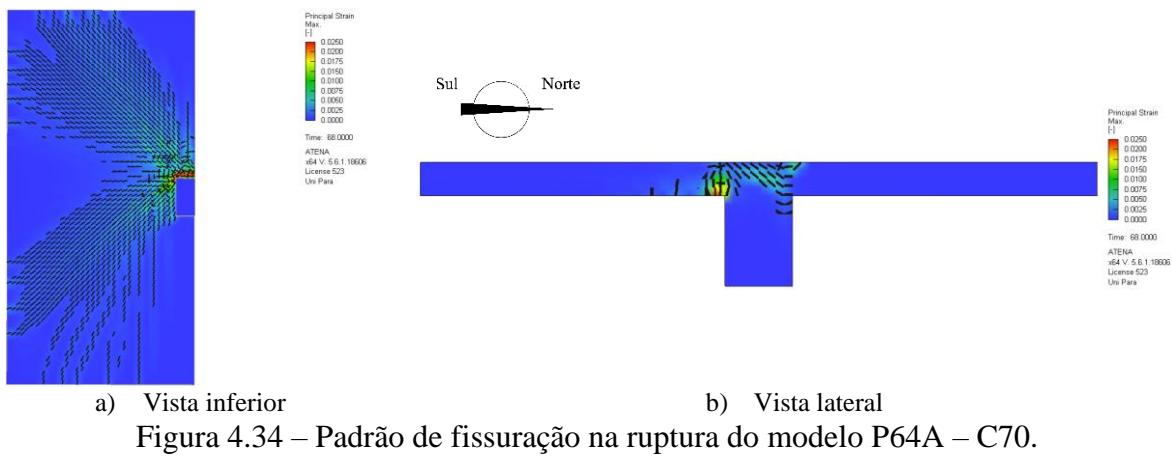


Figura 4.34 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P64A – C70.

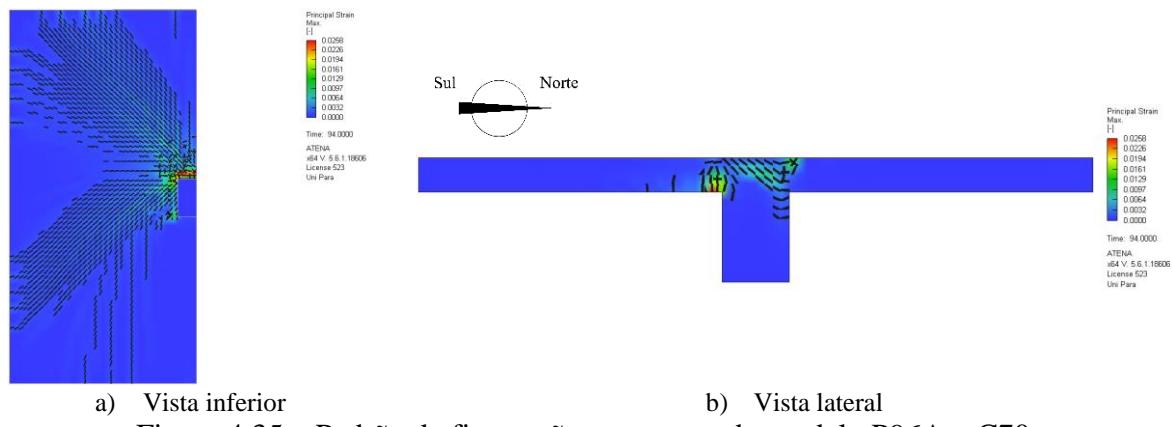


Figura 4.35 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P96A – C70.

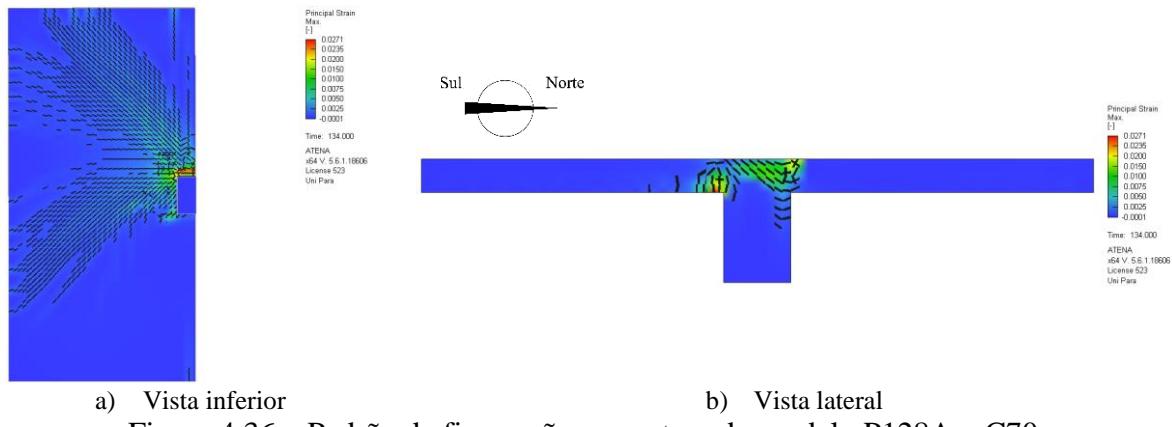
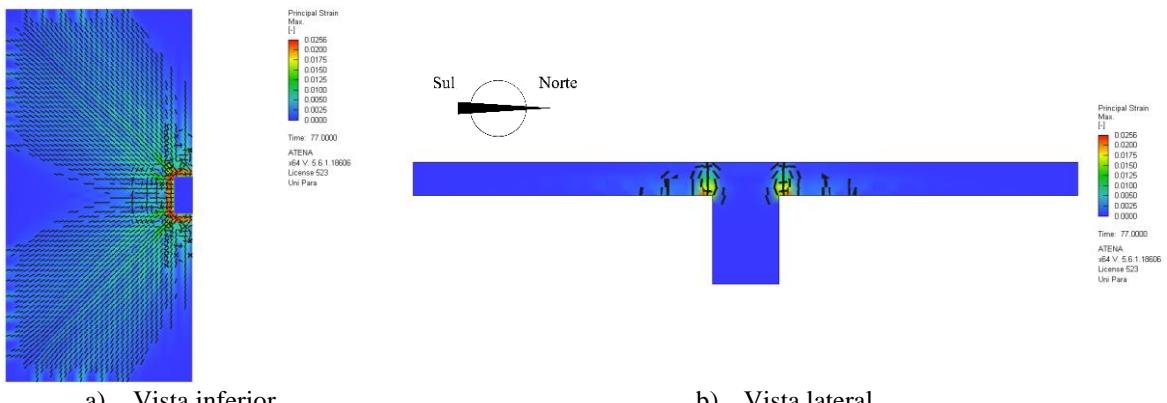


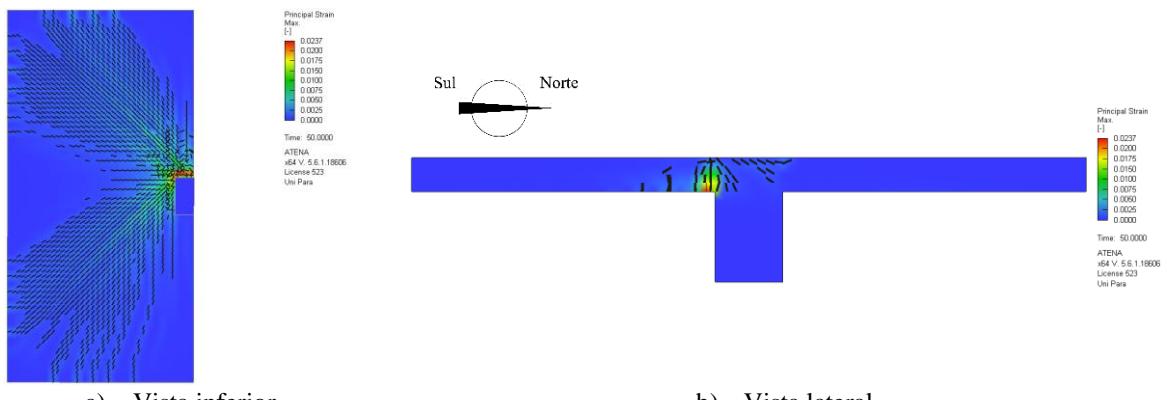
Figura 4.36 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P128A – C70.



a) Vista inferior

b) Vista lateral

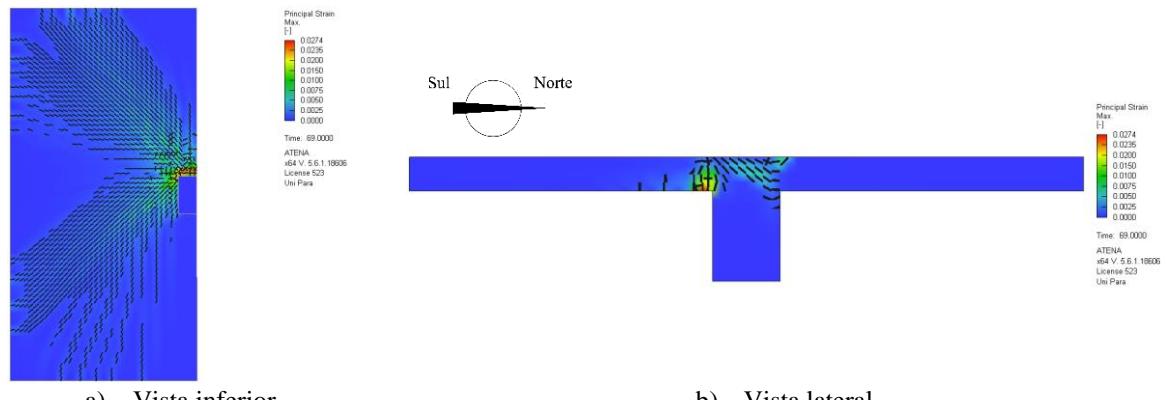
Figura 4.37 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P0A – C90.



a) Vista inferior

b) Vista lateral

Figura 4.38 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P32A – C90.



a) Vista inferior

b) Vista lateral

Figura 4.39 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P64A – C90.

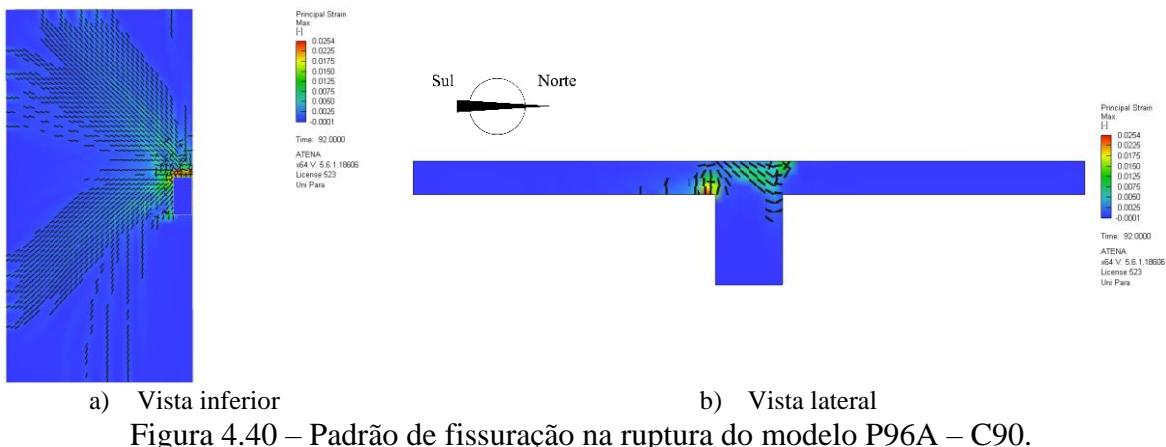


Figura 4.40 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P96A – C90.

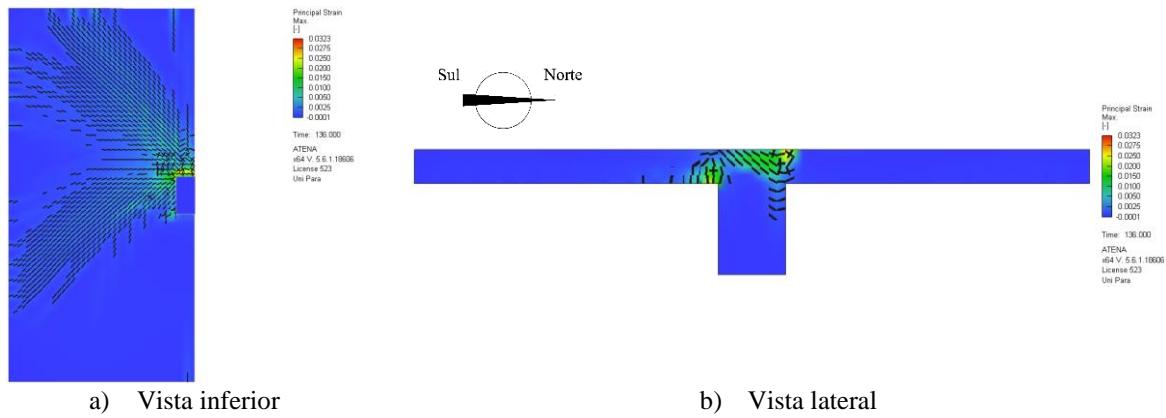


Figura 4.41 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P128A – C90.

#### 4.2.3. Distribuição das Tensões Cisalhantes

A distribuição de tensões cisalhantes no perímetro crítico da laje, ocorreu como mencionado no Item 4.1.3, com monitoramento em 9 pontos. Da Figura 4.42 a Figura 4.46 são apresentados os gráficos dessas distribuições de tensões para cada classe de resistência à compressão do concreto aplicado a ligações laje-pilar com diferentes excentricidades de carregamento.

Ao analisar a distribuição de tensões no perímetro crítico das lajes, é verificado um acúmulo de tensões nos pontos alinhados aos vértices do pilar, principalmente para os modelos com carregamento concêntrico, apresentando uma distribuição mais uniforme. Enquanto que o carregamento excêntrico provoca a redistribuição das tensões de cisalhamento, havendo a inversão de sinal da solicitação no lado oposto a aplicação da excentricidade, lado Norte, e um maior acúmulo de tensão no lado de aplicação da excentricidade, lado Sul, independente da resistência à compressão do concreto aplicada na laje. Efeito esse provocado pela transferência do momento fletor na ligação laje-pilar, fazendo com que haja a diminuição da resistência à punção, também verificado no Item 4.1.3.

O principal efeito da mudança de resistência à compressão do concreto nas lajes foi em relação a intensidade da tensão cisalhante desenvolvida. Para as lajes com carregamento concêntrico, as tensões desenvolvidas tiveram uma intensidade semelhante, sem grandes acréscimos de resistência. Nesse sentido, a previsão de tensão resistente ao cisalhamento calculada pela norma americana alcançou valor próximo aos picos de tensões apresentados pelos modelos computacionais das classes de resistência C50, C70 e C90, podendo indicar certa insegurança para previsão de resistência à punção.

Já para os casos com maiores excentricidades de carregamento, principalmente a partir de 640 mm, há uma tendência de aumento nas tensões desenvolvidas conforme o acréscimo de resistência à compressão do concreto. Isso faz com que os modelos para esses níveis de excentricidade desenvolvessem tensões cisalhantes maiores que a previsão de tensão resistente ao cisalhamento calculada pela norma americana, apontando para previsões de carga última mais conservadoras.

Outra consequência provocada pelo acréscimo de resistência à compressão está relacionada a uma melhora na distribuição de tensões cisalhantes entre os pontos alinhados ao vértice e ao centro do pilar, permitindo os acréscimos de carga última verificados no Item 4.2.1. Para as classes de concreto de alta resistência, foi possível observar uma gradativa evolução no lado sul, ocorrendo nos modelos P32A – C50, P32A – C70, P64A – 70, P32A – C90, P64A – C90, P96A – C90 e P128A – C90.

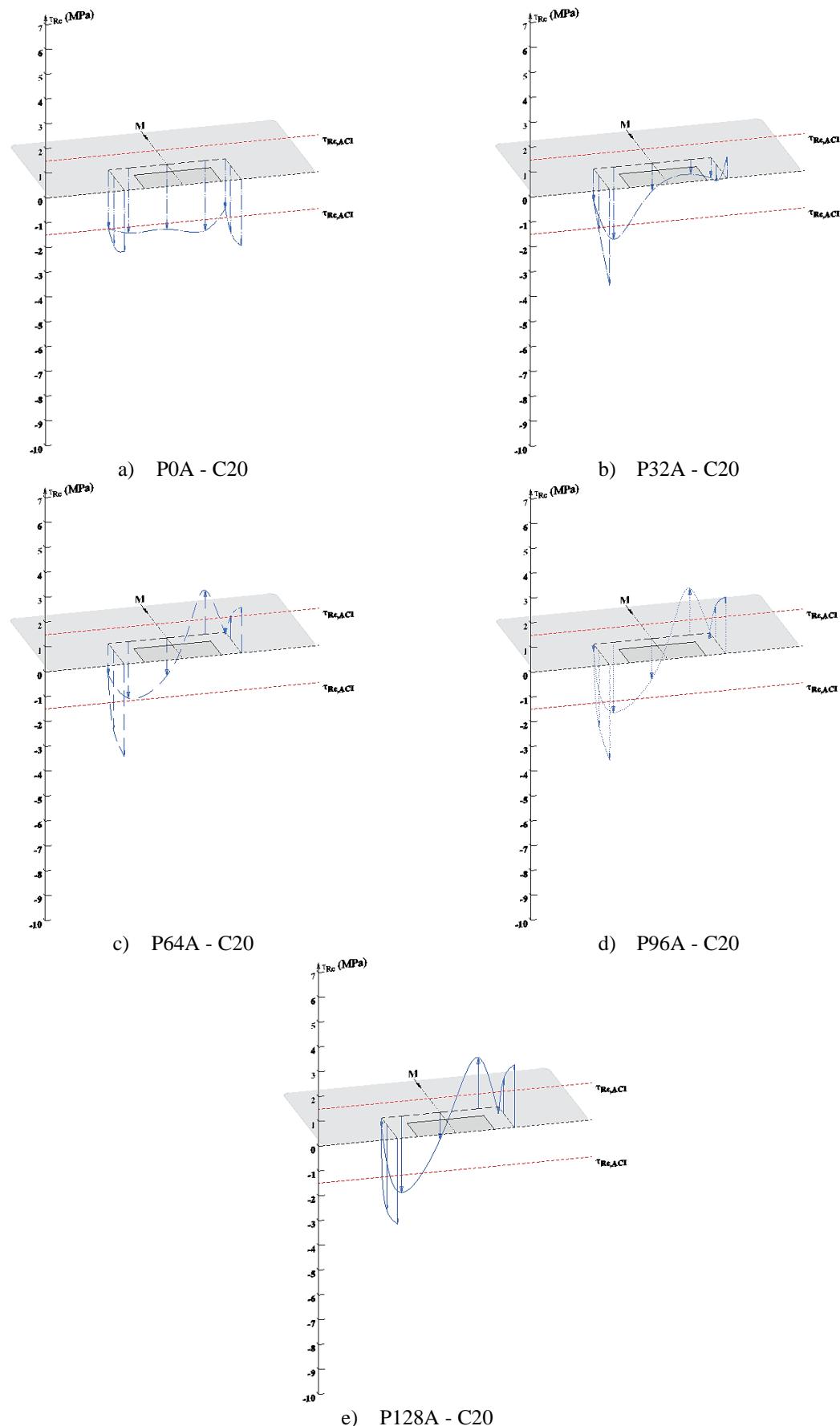


Figura 4.42 – Efeito da excentricidade nas tensões cisalhantes no perímetro crítico em ligações laje-pilar com concreto de classe C20.

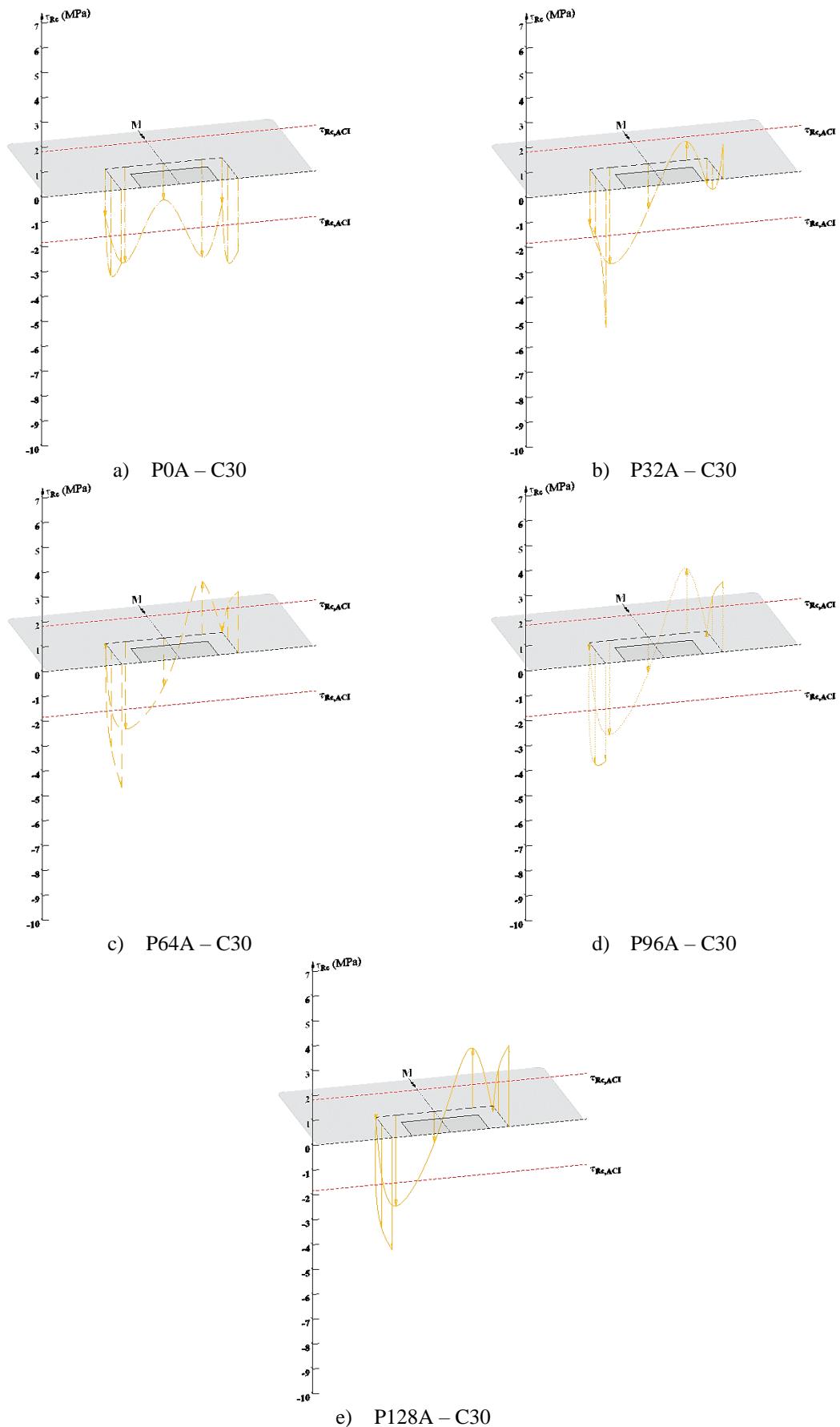


Figura 4.43 – Efeito da excentricidade nas tensões cisalhantes no perímetro crítico em ligações laje-pilar com concreto de classe C30.

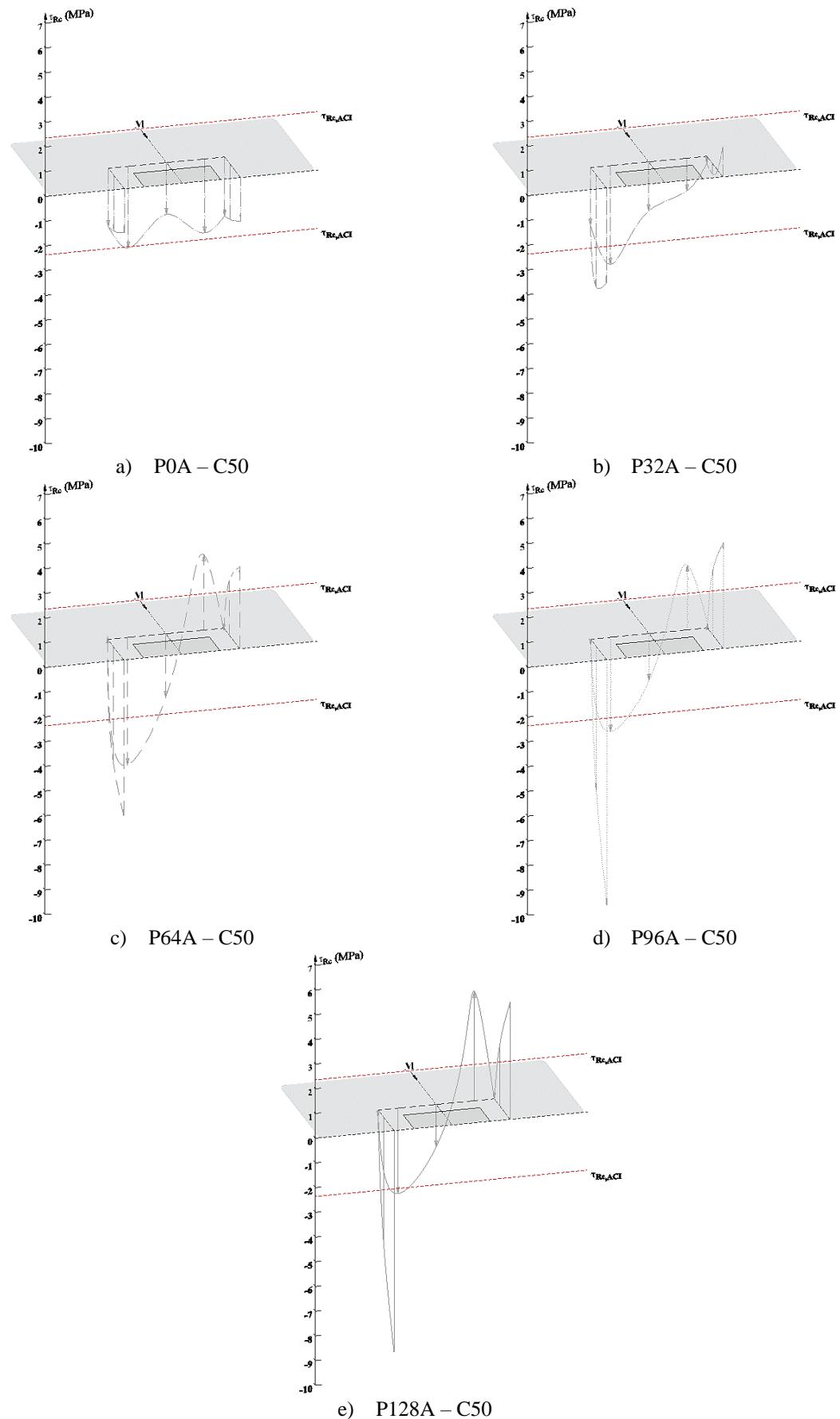


Figura 4.44 – Efeito da excentricidade nas tensões cisalhantes no perímetro crítico em ligações laje-pilar com concreto de classe C50.

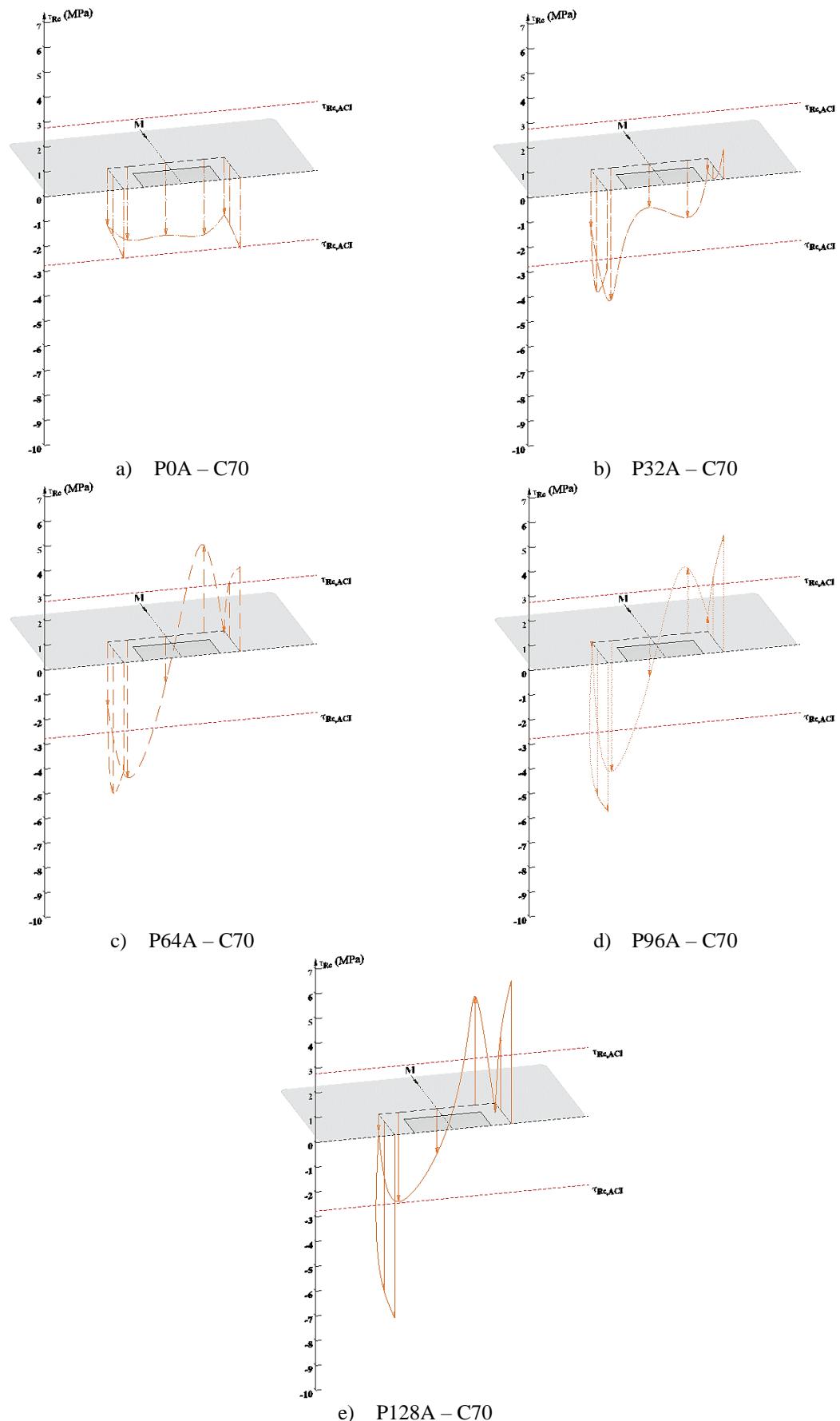


Figura 4.45 – Efeito da excentricidade nas tensões cisalhantes no perímetro crítico em ligações laje-pilar com concreto de classe C70.

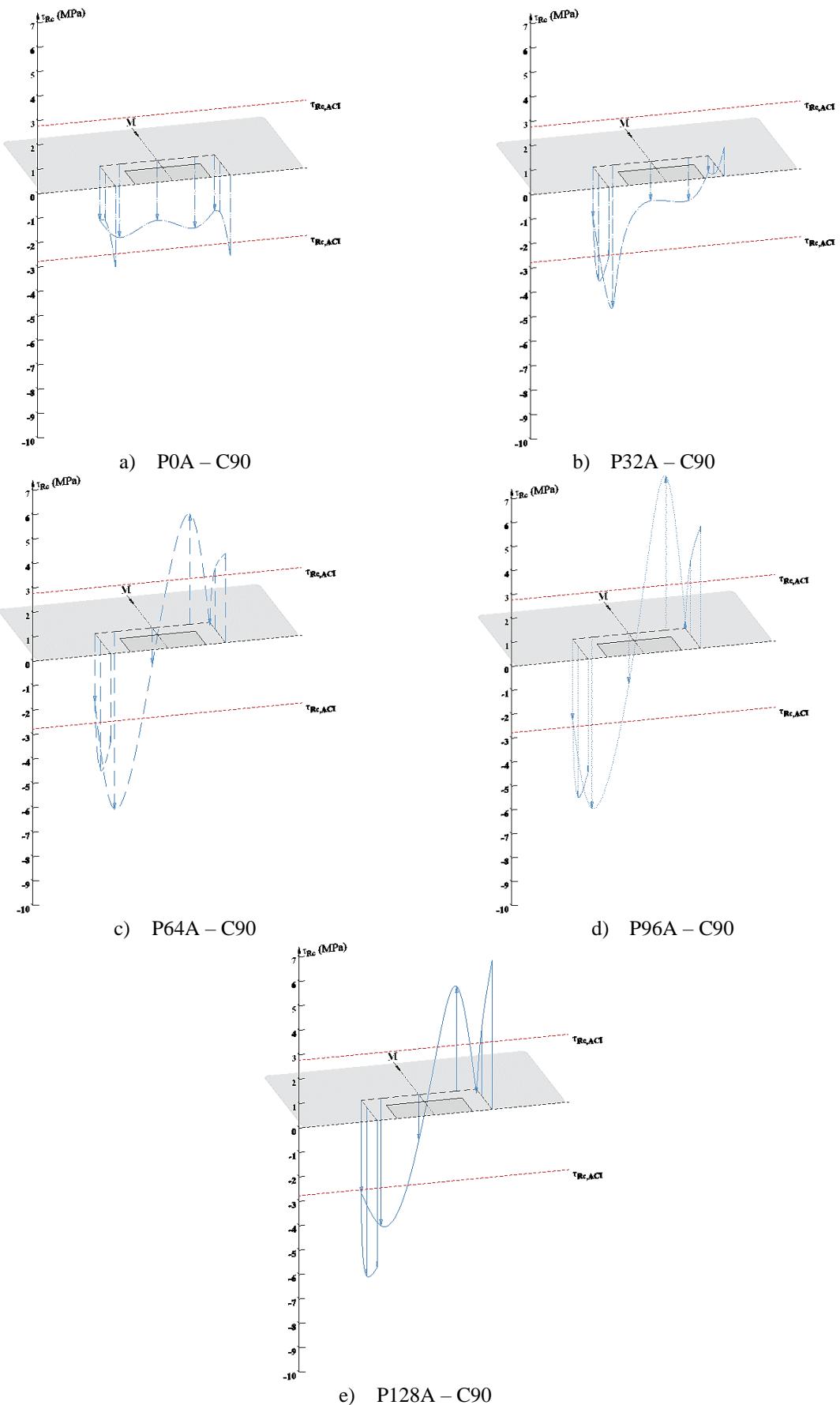


Figura 4.46 – Efeito da excentricidade nas tensões cisalhantes no perímetro crítico em ligações laje-pilar com concreto de classe C90.

#### 4.2.4. Estimativas Normativas

Na Figura 4.47, são relacionadas as tensões associadas ao momento fletor ( $v_m$ ) e ao esforço cortante nas lajes ( $v_u$ ), ambos divididos pela tensão teórica, sendo determinada com base nas formulações normativas ( $v_{R,c}$ ). Foi verificado a influência dessas tensões de acordo com as previsões normativas para cada laje. A linha contínua preta representa a situação ideal. Os resultados acima são considerados conservadores, enquanto os resultados abaixo são considerados inseguros.

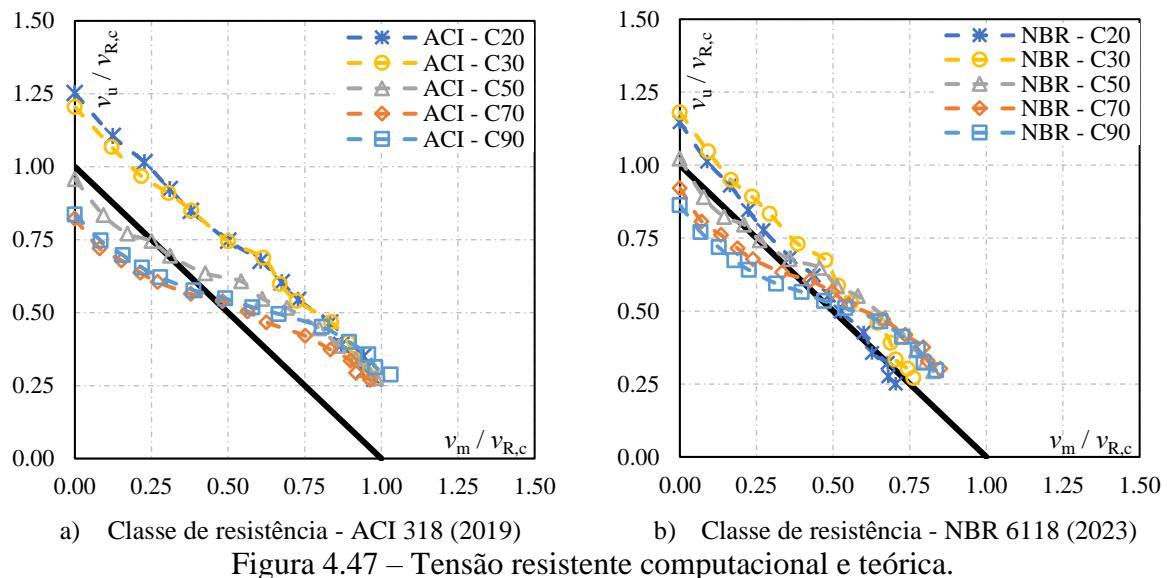


Figura 4.47 – Tensão resistente computacional e teórica.

Na Figura 4.47 é analisado que, tanto o ACI 318 (2019) quanto a ABNT NBR 6118 (2023) apresentaram previsões de resistência à punção inseguras para os modelos com classes de resistência do concreto C50, C70 e C90, quando foram submetidos a excentricidades de até 240 mm. Para aplicações de excentricidades de carregamento acima 320 mm, as duas normas apresentam uma tendência conservadora, estando de acordo com verificação da distribuição de tensões cisalhantes no perímetro crítico das lajes, apresentada no Item 4.2.3.

Para as ligações laje-pilar com classe de resistência do concreto normal, C20 e C30, a norma americana evidenciou resultados a favor da segurança, com uma tendência paralela a linha ideal. Enquanto que pela norma brasileira, essas mesmas lajes exibiram inclinação a resultados inseguros, quando submetidas a elevadas excentricidades, a partir de 1120 mm. Esses resultados indicam que as normas podem não estar calibradas para lajes produzidas com concreto de alta

resistência, nem para elevadas excentricidades com concreto de resistência normal, no caso da ABNT NBR 6118 (2023).

#### **4.3. Análise Paramétrica do Efeito de Diferentes Taxa de Armadura de Flexão na Resistência à Punção com Momento Desbalanceado**

Como detalhado no Item 3.4.3, para verificar a influência de diferentes taxas de armadura de flexão no comportamento de ligações laje-pilar submetidas a diferentes excentricidades de carregamento, foram realizadas variações nessas taxas de 0,54%; 1,06% e 2,16%, associadas as excentricidades verificadas no Item 4.1, tendo como base os modelos da classe de resistência C30, totalizando 42 modelos computacionais. Para fins gráficos, serão demonstradas as variações de 320 em 320 mm de cada taxa de armadura.

##### **4.3.1. Deslocamentos Verticais**

A Figura 4.48 ilustra os gráficos do comportamento de carga versus deslocamento, para as aplicações de excentricidade de 320 em 320 mm, indo de 0 a 1280 mm para cada taxa de armadura de flexão utilizada. Ao analisar os gráficos é observado que, para todas as taxas de armadura, ocorreram diminuições relevantes na carga última e no deslocamento máximo das ligações laje-pilar, provocadas pelo aumento da excentricidade.

Foi avaliado individualmente as reduções máximas de carga última e de deslocamento por grupo de taxa de armadura de flexão, conforme apresentado na Figura 4.49. Para a taxa de 0,54% houveram diminuições de 65,1% e 59,4%, respectivamente, enquanto a taxa de 1,06% apresenta quedas de 77,1% e 80,4%. Já para a taxa de 2,16% as reduções foram de 78,0% e 75,4%, sendo associadas ao aumento da excentricidade. Analisando em conjunto esses resultados, à medida que ocorre o aumento da taxa de armadura de flexão, há uma intensificação na perda de capacidade resistente e deslocamento máximo para ligações laje-pilar.

Ainda, ao comparar os ganhos máximos de carga última devido ao acréscimo da taxa de armadura, verificado entre os modelos com taxa de 0,54% e 2,16%, Figura 4.50, são obtidos acréscimos de carga última de 125,2%; 87,6%; 52,8%; 45,9% e 41,9%; enquanto que para os deslocamentos máximos são apresentados decréscimos de 26,3%; 28,5%; 42,6%; 52,7% e 55,4% entre os modelos P0A, P32A, P64A, P96A e P128A, respectivamente. Isso indica que o

aumento da taxa de armadura adiciona ganhos de resistência à punção, ao mesmo tempo que diminui os deslocamentos máximos, o que também foi verificado experimentalmente por outros autores, como Guandalini *et al.* (2009); Rizk *et al.* (2011). Além disso, conforme o aumento da excentricidade de carregamento, há a diminuição no ganho de resistência, em conjunto com maiores perdas de ductilidade das lajes.

Na Tabela 4.3, são apresentados um resumo dos resultados de cada modelo em relação a suas respostas de carga última, deslocamento máximo e momento desbalanceado.

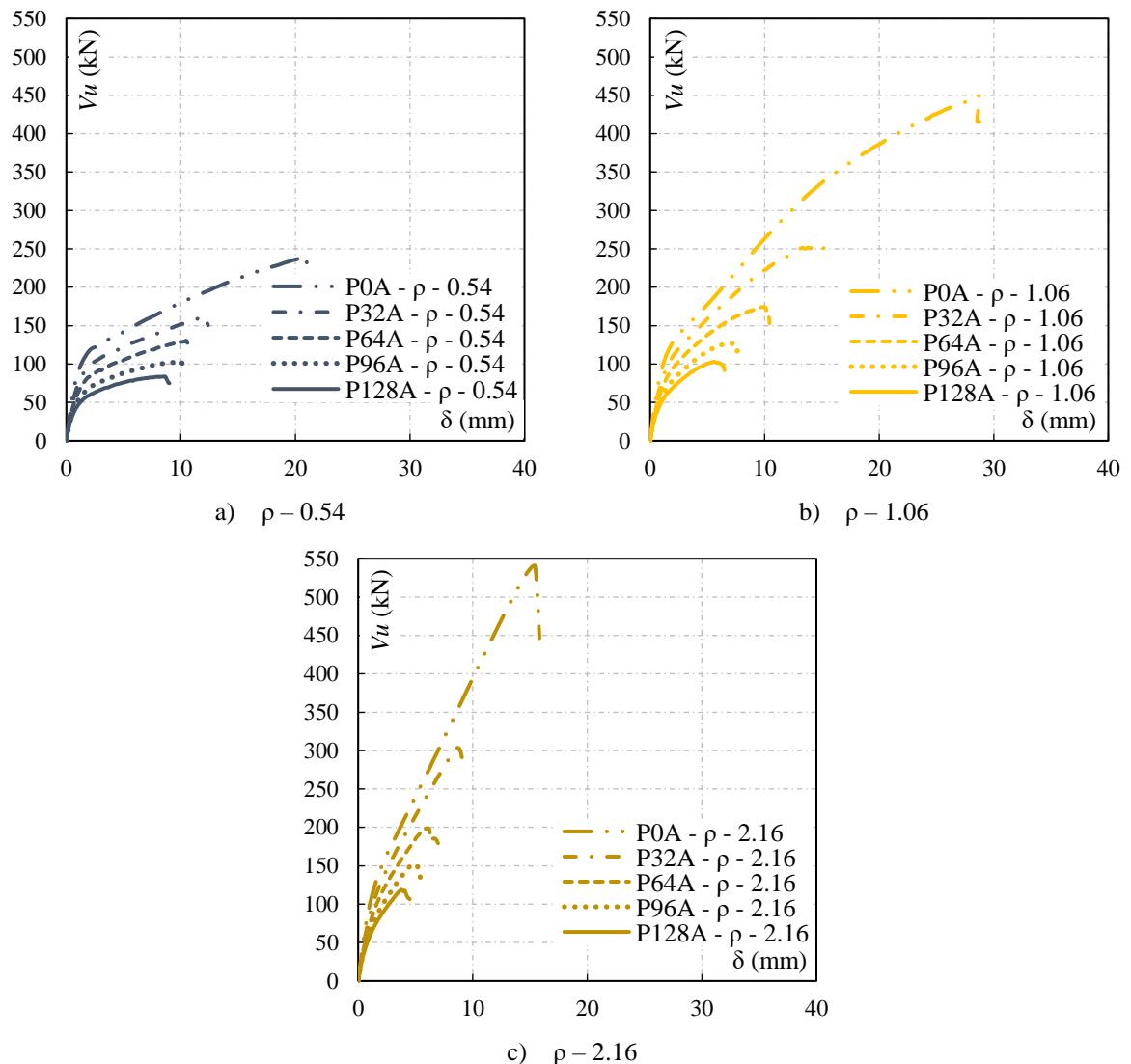


Figura 4.48 – Efeito da variação da excentricidade no comportamento carga versus deslocamento em ligações laje-pilar com diferentes taxas de armadura de flexão.

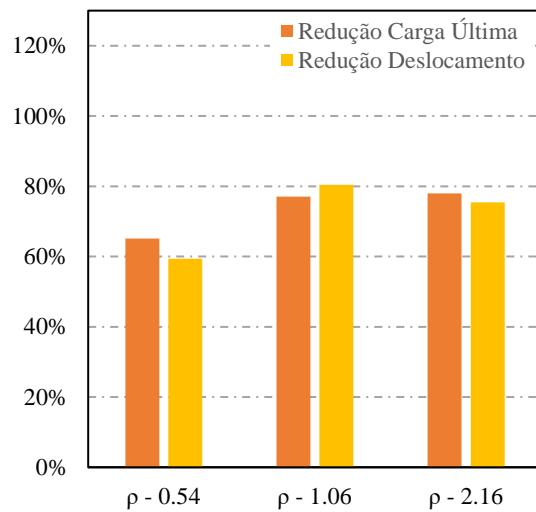


Figura 4.49 – Reduções máximas de carga última e deslocamento para cada taxa de armadura de flexão.

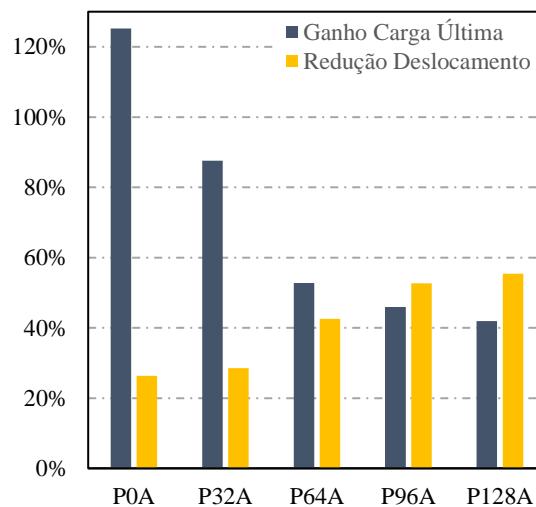


Figura 4.50 – Comparação do ganho de capacidade de carga e de redução de deslocamento entre as taxas de armadura de 0,54% e 2,16%.

Tabela 4.3 – Resumo dos deslocamentos, cargas últimas e momentos desbalanceados.

Modelo	$\delta_u$ (mm)	$V_u$ (kN)	$M_u$ (kN.m)
P0A - $\rho$ - 0,54	20,95	239,99	0,00
P4A - $\rho$ - 0,54	15,72	210,33	8,41
P8A - $\rho$ - 0,54	14,17	197,10	15,77
P12A - $\rho$ - 0,54	13,06	187,35	22,48
P16A - $\rho$ - 0,54	12,77	181,29	29,01
P24A - $\rho$ - 0,54	11,81	168,29	40,39
P32A - $\rho$ - 0,54	12,09	161,81	51,78
P40A - $\rho$ - 0,54	11,20	150,26	60,10
P48A - $\rho$ - 0,54	10,94	142,88	68,58
P64A - $\rho$ - 0,54	10,50	130,06	83,24
P80A - $\rho$ - 0,54	10,17	115,58	92,46
P96A - $\rho$ - 0,54	10,05	103,16	99,03
P112A - $\rho$ - 0,54	9,38	93,08	104,25
P128A - $\rho$ - 0,54	8,50	83,64	107,05
P0A - $\rho$ - 1,06	28,76	448,51	0,00
P4A - $\rho$ - 1,06	24,98	397,47	15,90
P8A - $\rho$ - 1,06	20,10	360,36	28,83
P12A - $\rho$ - 1,06	20,71	338,64	40,64
P16A - $\rho$ - 1,06	18,72	316,24	50,60
P24A - $\rho$ - 1,06	15,69	277,12	66,51
P32A - $\rho$ - 1,06	14,95	255,95	81,91
P40A - $\rho$ - 1,06	12,29	222,83	89,13
P48A - $\rho$ - 1,06	11,83	201,08	96,52
P64A - $\rho$ - 1,06	9,76	174,08	111,41
P80A - $\rho$ - 1,06	8,26	148,40	118,72
P96A - $\rho$ - 1,06	6,68	126,65	121,59
P112A - $\rho$ - 1,06	6,60	114,59	128,34
P128A - $\rho$ - 1,06	5,64	102,77	131,54
P0A - $\rho$ - 2,16	15,43	540,54	0,00
P4A - $\rho$ - 2,16	14,52	510,23	20,41
P8A - $\rho$ - 2,16	13,33	471,61	37,73
P12A - $\rho$ - 2,16	12,30	432,23	51,87
P16A - $\rho$ - 2,16	11,46	403,68	64,59
P24A - $\rho$ - 2,16	10,26	352,94	84,71
P32A - $\rho$ - 2,16	8,64	303,58	97,15
P40A - $\rho$ - 2,16	7,96	272,59	109,04
P48A - $\rho$ - 2,16	7,41	247,94	119,01
P64A - $\rho$ - 2,16	6,02	198,81	127,24
P80A - $\rho$ - 2,16	5,33	173,06	138,45
P96A - $\rho$ - 2,16	4,75	150,57	144,55
P112A - $\rho$ - 2,16	4,24	133,52	149,54
P128A - $\rho$ - 2,16	3,79	118,73	151,98

Ao correlacionar a resistência à punção com o momento desbalanceado, é verificada certa linearidade para as taxas de armadura de flexão iguais a 1,06% e 2,16%. Conforme o aumento do momento desbalanceado, há uma gradativa diminuição da resistência das ligações laje-pilar. Já para a taxa de 0,54% essa linearidade deixa de existir, apesar do aumento do momento desbalanceado continuar diminuindo a resistência à punção das lajes, essa proporcionalidade entre os fatores não se mantém, como apresentado na Figura 4.51.

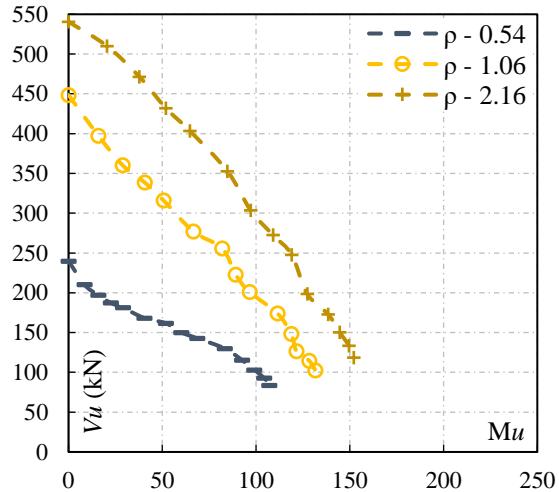


Figura 4.51 – Efeito do momento desbalanceado na resistência à punção de ligações laje-pilar com diferentes taxas de armadura de flexão.

Na Figura 4.52 é apresentado o perfil de deslocamentos verticais das lajes monitorado em 11 pontos ao longo do eixo na direção Norte-Sul. Assim como identificado no Item 4.1.1, foi verificado que, independentemente da taxa de armadura de flexão utilizada, o comportamento global das lajes é similar. Nos modelos carregados concentricamente (P0A –  $\rho$  – 0.54, P0A –  $\rho$  – 1.06 e P0A –  $\rho$  – 2.16), os deslocamentos ocorrem de forma simétrica na direção Norte-Sul, apresentando seus deslocamentos máximos na região central, alinhada a aplicação de carga.

Para os casos de punção excêntrica, são provocadas acentuadas assimetrias do perfil de deslocamento das lajes, em decorrência do aumento da excentricidade de carregamento, onde o pico de deslocamento fica mais ao sul, acompanhando o sentido de aplicação da excentricidade, indicando um aumento da concentração tensões cisalhantes nessa região. Outro comportamento identificado está relacionado a diminuição do deslocamento máximo dos modelos para uma mesma taxa de armadura, devido ao aumento da excentricidade, fazendo com que os modelos computacionais rompam com deslocamentos menores.

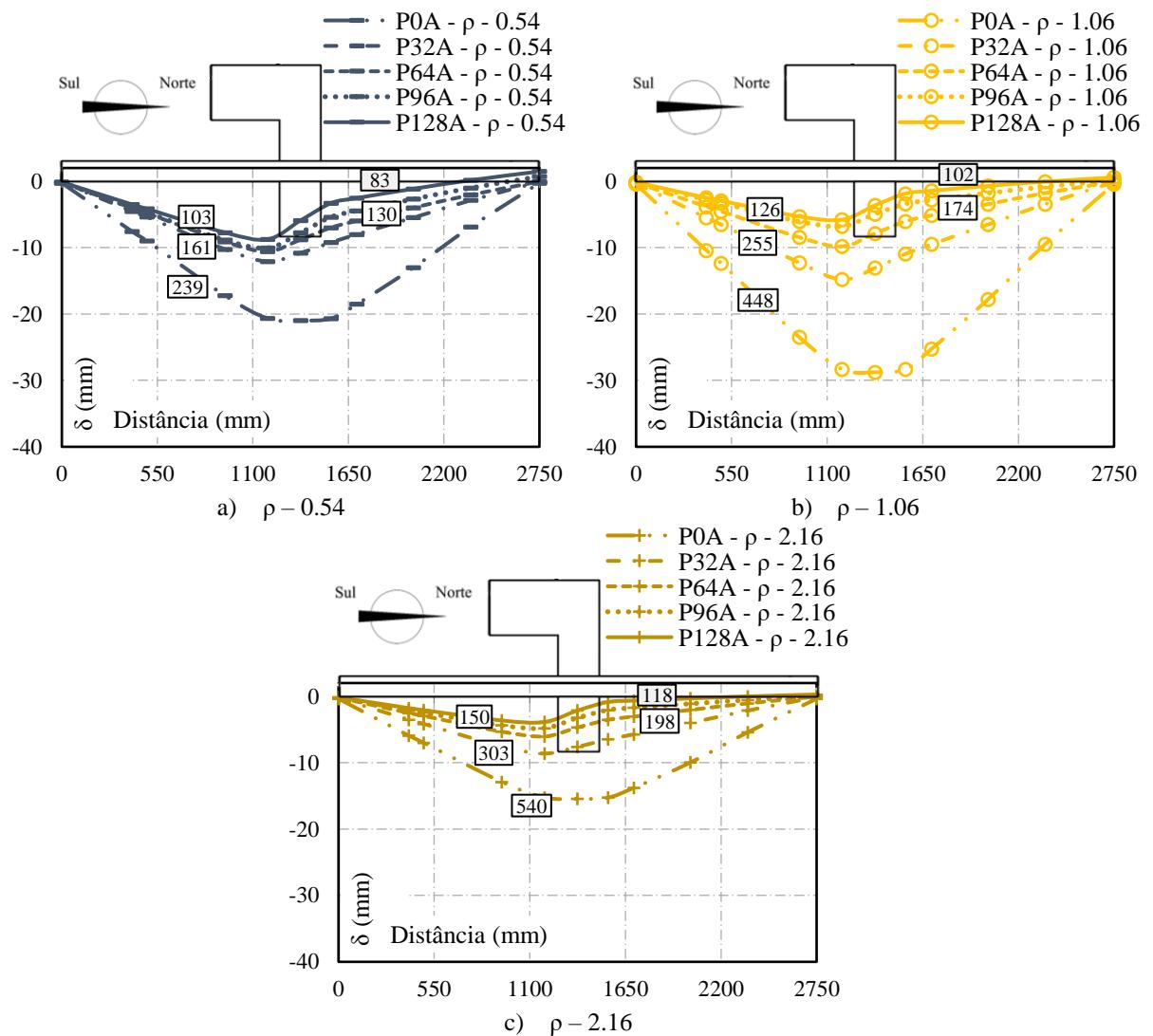


Figura 4.52 – Efeito da variação da excentricidade nos deslocamentos verticais de ligações laje-pilar com diferentes taxas de armadura de flexão.

Além disso, como verificado no Item 4.1.1, o aumento da excentricidade, provocou inflexões nos deslocamentos verticais ao longo dos eixos das lajes, onde o lado ao norte tendeu a ser deslocado para cima, apontando para uma inversão de sinal da solicitação nesse lado e, consequentemente, uma diminuição da área resistente à punção, isso ocorre para todas as lajes com excentricidades acima de 640 mm, independente da taxa de armadura.

Conforme mencionado anteriormente, ao comparar modelos com mesma excentricidade de carregamento, é observado o impacto da taxa de armadura nos deslocamentos máximos e, para altas taxas de armadura de flexão ( $\rho = 2.16\%$ ), fazendo com que ocorra perda de ductilidade, essa que é agravada com o aumento do momento desbalanceado.

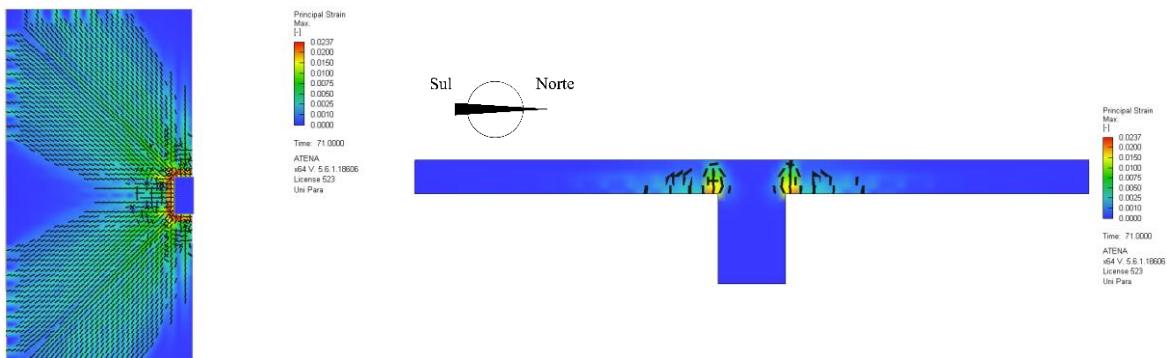
#### 4.3.2. Padrão de Fissuração

Para todos os modelos computacionais de ligações laje-pilar dessa terceira série, foi verificado um comportamento global em relação ao padrão de fissuração das lajes, semelhante ao identificado nos itens 4.1.2 e 4.2.2. Surgindo uma primeira fissura tangencial, próxima ao pilar, e conforme o aumento da carregamento, aparecem fissuras radiais e ocorre o desenvolvimento e o surgimento de novas fissuras tangenciais, até que essas governem a ruptura dos modelos computacionais.

Das Figura 4.54 a 4.57, 4.58 a 4.62 e 4.63 a 4.67, são apresentados os padrões de fissuração para as lajes com taxas de armadura de flexão de 0,54%, 1,06% e 2,16%, respectivamente. A partir dessas, foi verificado semelhança no comportamento em relação a variação da excentricidade, no qual as lajes com carregamento concêntrico ( $P0A - \rho = 0,54$ ,  $P0A - \rho = 1,06$  e  $P0A - \rho = 2,16$ ) tem um padrão de fissuração simétrica, sendo formado o cone completo de ruptura pela fissura tangencial ( $f_{t0}$ ) que se desenvolve ao redor de todo o perímetro do pilar. Enquanto que para modelos com momento desbalanceado, ocorre uma assimetria no padrão de fissuração, concentrando as fissuras radiais ( $f_r$ ) no lado da aplicação da excentricidade e reduzindo o cone de ruptura, devido a  $f_{t0}$  não contornar completamente o pilar, o que leva a diminuição da resistência à punção, conforme foi observado no Item 4.3.1.

Além disso, como também foi identificado nos itens 4.1.2 e 4.2.2, nos modelos com excentricidade maiores (640 mm, 960 mm e 1280 mm), houve o surgimento de uma fissura tangencial do lado aposto a aplicação da excentricidade, lado Norte, partindo da superfície superior para a inferior, demonstrando uma inversão de sinal da solicitação nesse lado, o que reforça a diminuição da resistência à punção apresentada no Item 4.3.1.

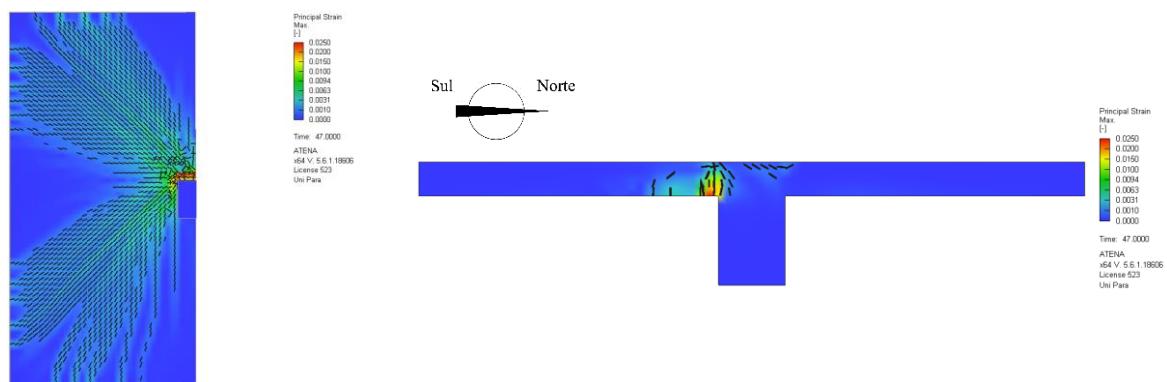
Ao comparar modelos com mesma excentricidade de carregamento, é possível observar uma tendência de diminuição na quantidade de fissuras radial conforme o aumento da taxa de armadura, reduzindo a região fissurada devido ao aumento da zona comprimida de concreto, alterando a rigidez e a ductilidade das ligações laje-pilar. Resultados que estão em conformidade com o que foi observado por Regan (1981). Além disso, é verificada uma acentuação da fissura tangencial conforme esse aumento de taxa de armadura.



a) Vista inferior

b) Vista lateral

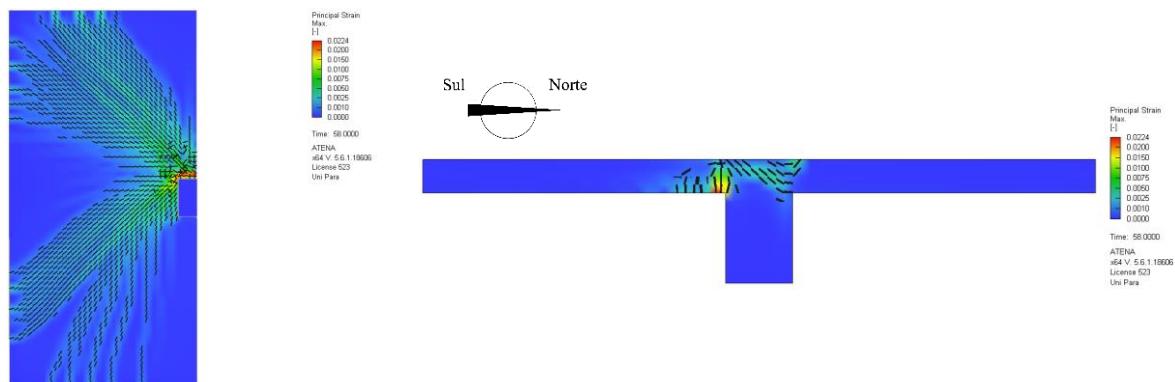
Figura 4.53 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P0A –  $\rho = 0.54$ .



a) Vista inferior

b) Vista lateral

Figura 4.54 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P32A –  $\rho = 0.54$ .



a) Vista inferior

b) Vista lateral

Figura 4.55 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P64A –  $\rho = 0.54$ .

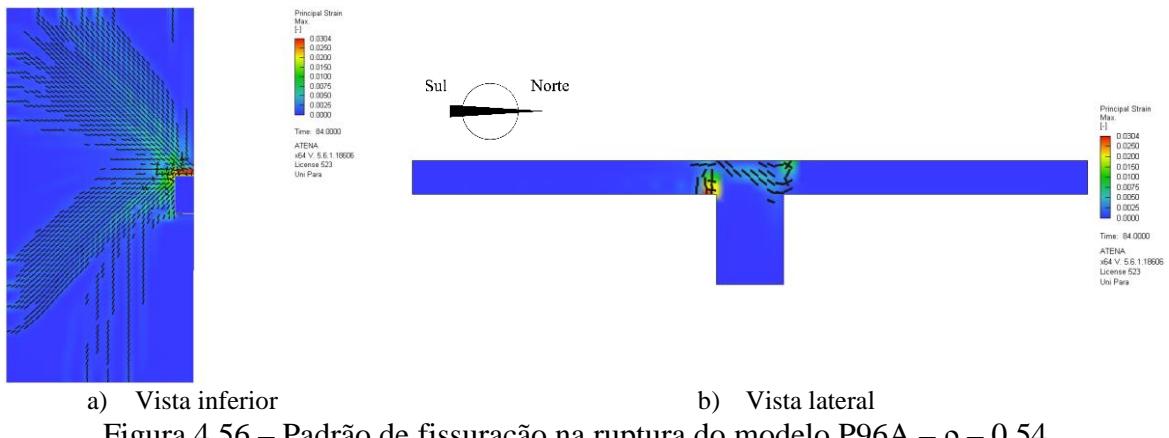


Figura 4.56 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P96A –  $\rho = 0.54$ .

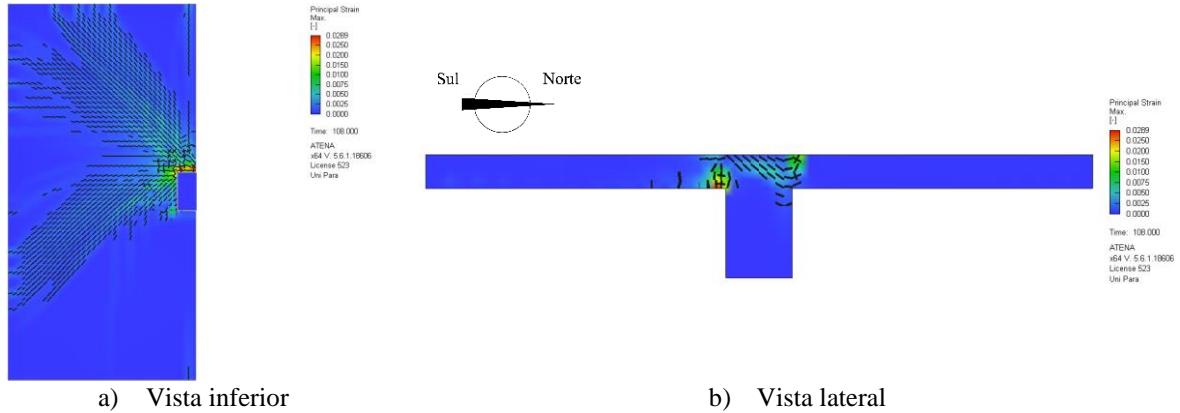


Figura 4.57 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P128A –  $\rho = 0.54$ .

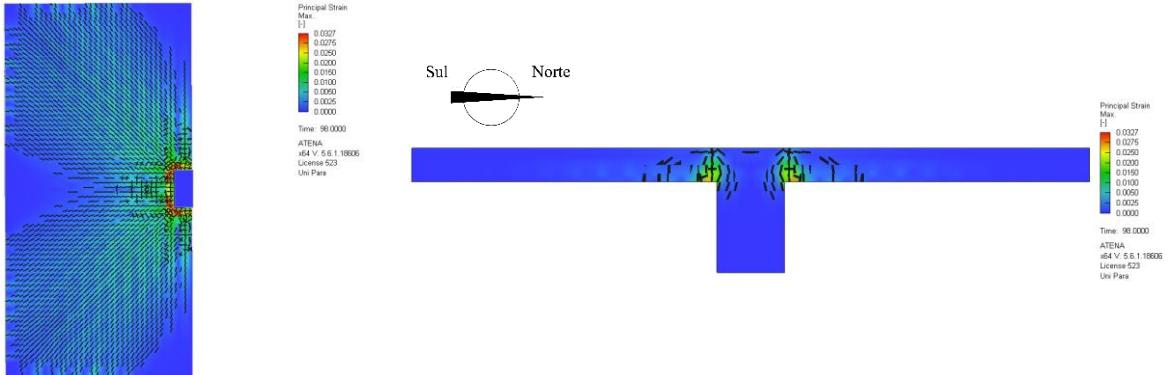
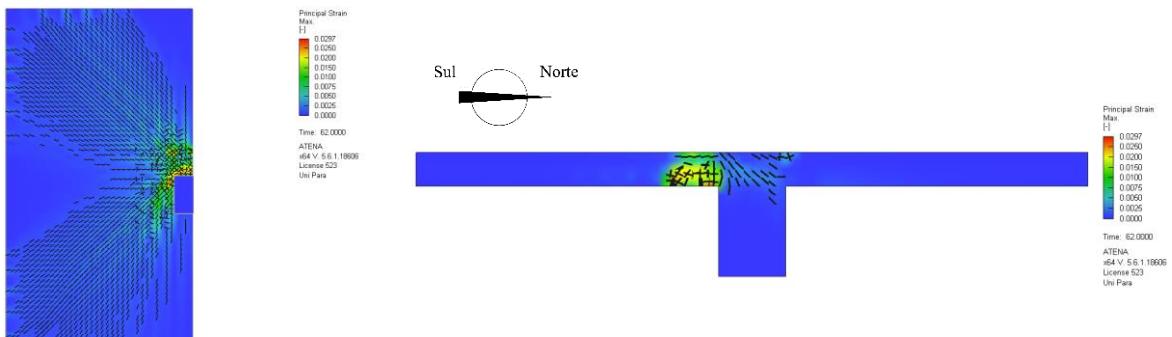


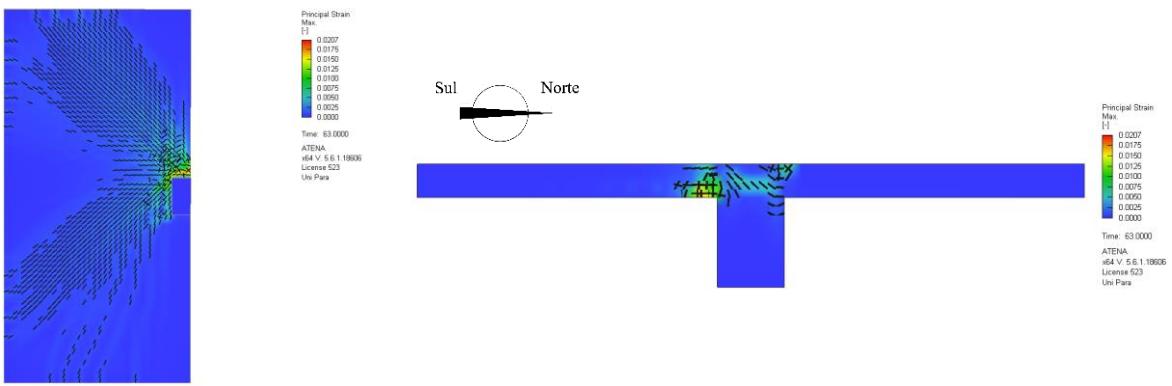
Figura 4.58 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P0A –  $\rho = 1.06$ .



a) Vista inferior

b) Vista lateral

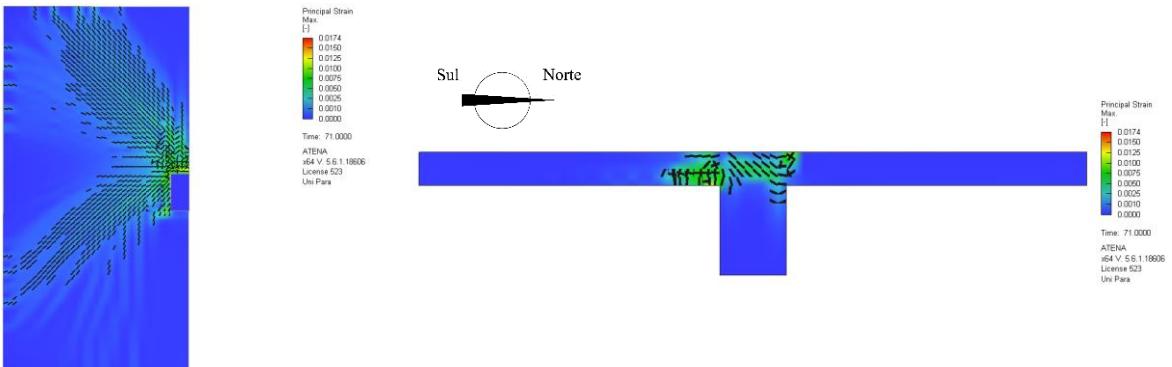
Figura 4.59 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P32A –  $\rho = 1.06$ .



a) Vista inferior

b) Vista lateral

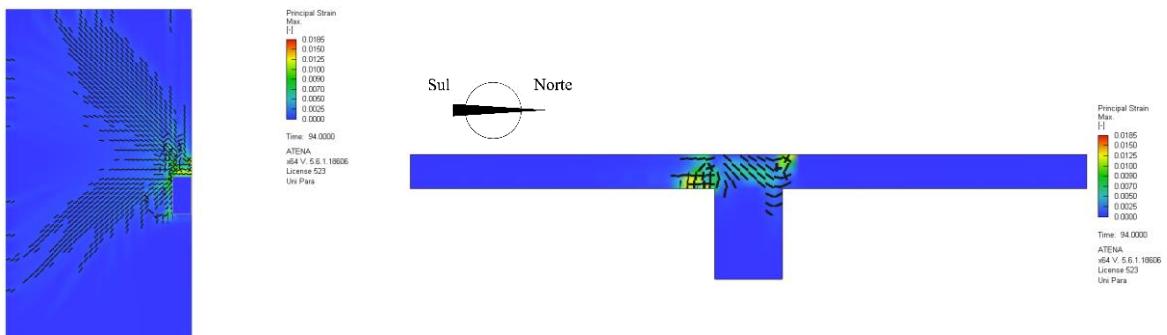
Figura 4.60 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P64A –  $\rho = 1.06$ .



a) Vista inferior

b) Vista lateral

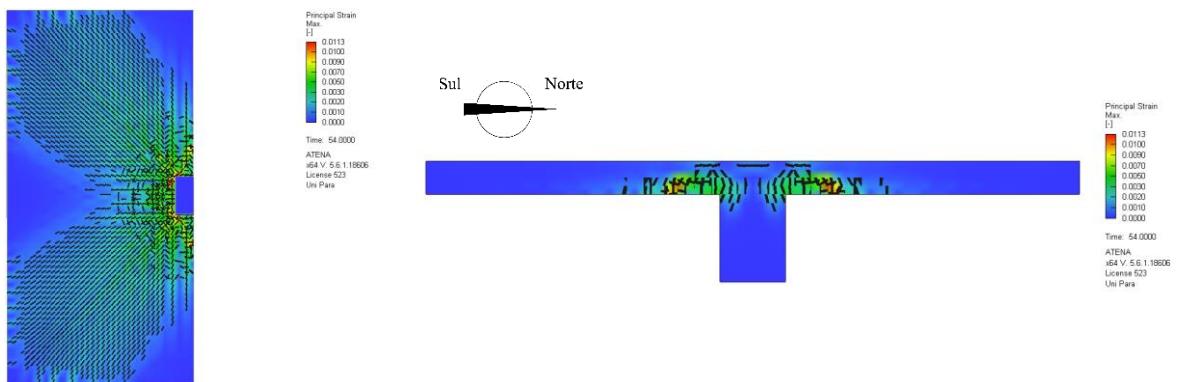
Figura 4.61 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P96A –  $\rho = 1.06$ .



a) Vista inferior

b) Vista lateral

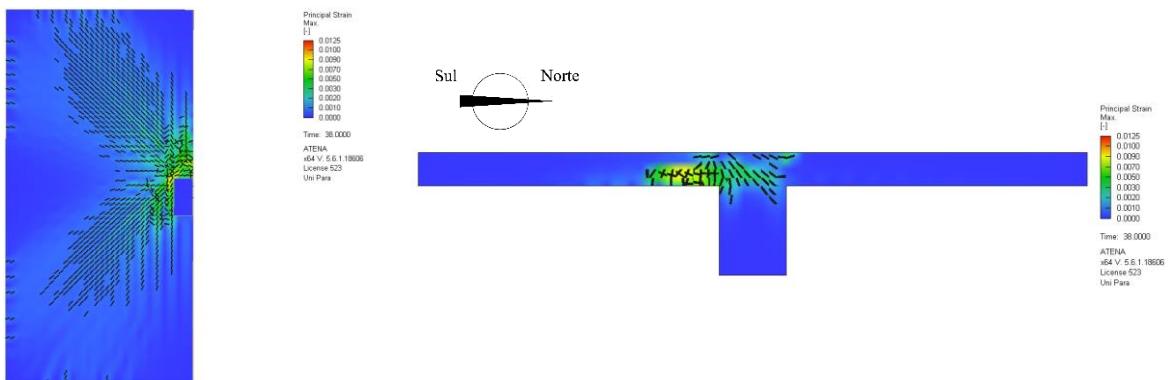
Figura 4.62 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P128A –  $\rho = 1.06$ .



a) Vista inferior

b) Vista lateral

Figura 4.63 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P0A –  $\rho = 2.16$ .



a) Vista inferior

b) Vista lateral

Figura 4.64 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P32A –  $\rho = 2.16$ .

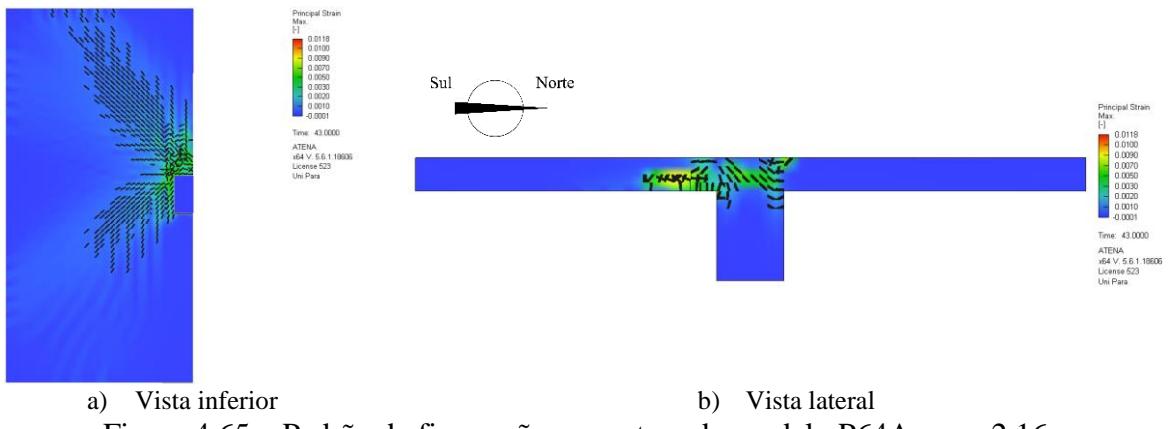


Figura 4.65 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P64A –  $\rho = 2.16$ .

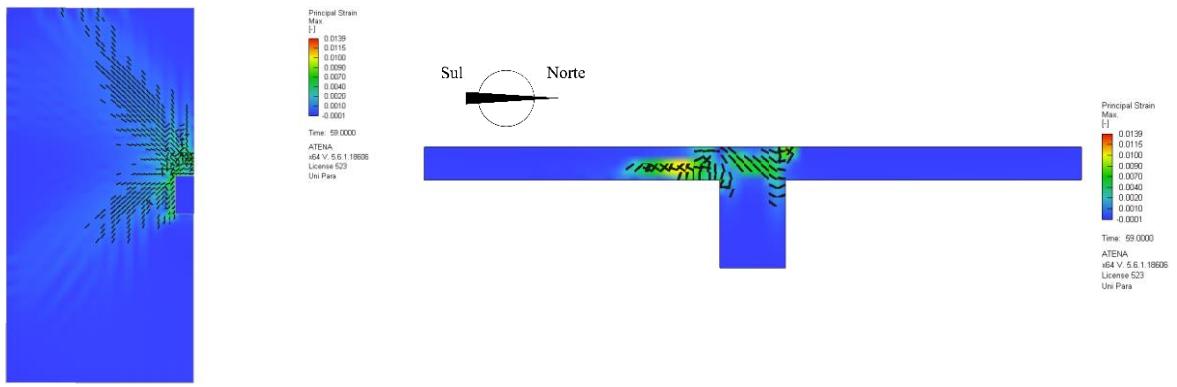


Figura 4.66 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P96A –  $\rho = 2.16$ .

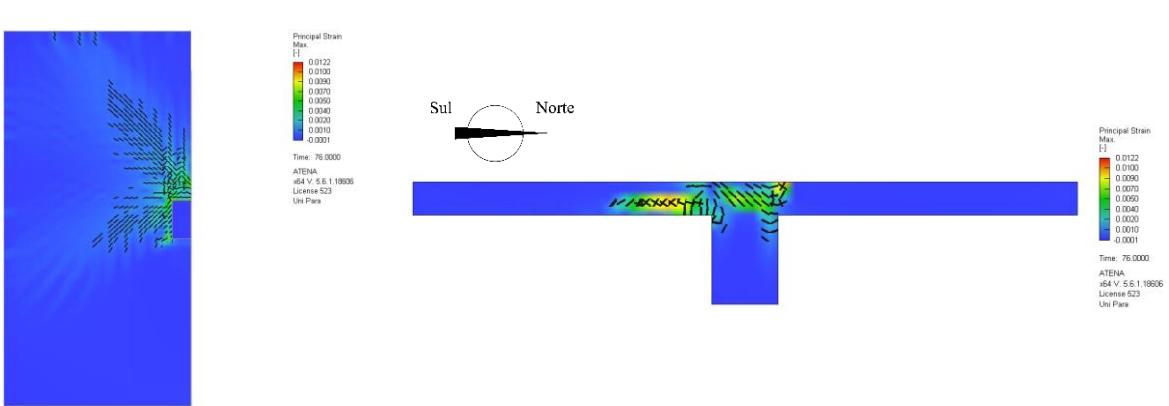


Figura 4.67 – Padrão de fissuração na ruptura do modelo P128A –  $\rho = 2.16$ .

#### 4.3.3. Distribuição das Tensões Cisalhantes

A obtenção da distribuição de tensões cisalhantes no perímetro crítico da laje, ocorreu como mencionado no Item 4.1.3, com monitoramento em 9 pontos. Da Figura 4.68 a Figura 4.70 são apresentados os gráficos dessas distribuições de tensões para cada taxa de armadura de flexão aplicada nas ligações laje-pilar com diferentes excentricidades de carregamento.

Ao analisar a distribuição de tensões no perímetro crítico das lajes, é possível observar que ocorre um acúmulo de tensões nos pontos alinhados aos vértices do pilar, principalmente para os modelos com carregamento concêntrico, apresentando uma distribuição mais uniforme. Enquanto que o carregamento excêntrico provoca a redistribuição das tensões de cisalhamento, havendo a inversão de sinal da solicitação no lado oposto a aplicação da excentricidade, lado Norte, e um maior acúmulo de tensão no lado de aplicação da excentricidade, lado Sul, independente da taxa de armadura utilizada na laje. Efeito esse provocado pela transferência do momento fletor na ligação laje-pilar, fazendo com que haja a diminuição da resistência à punção, o que também foi verificado nos Itens 4.1.3 e 4.2.3.

O principal efeito da mudança de taxa de armadura nas lajes foi em relação a intensidade da tensão cisalhante desenvolvida. Em que foram desenvolvidas tensões com maiores intensidades conforme o aumento da taxa de armadura para lajes com mesma excentricidade. Ao comparar com a previsão de tensão resistente ao cisalhamento calculada pela norma americana, essas apresentam valores próximos aos picos de tensões apresentados pelos modelos computacionais com  $\rho = 0.54$ , principalmente para excentricidades pequenas, podendo indicar certa insegurança para previsão de resistência à punção. Além disso, para taxas maiores de armadura, 2,16%, essa tendência de aumento nas tensões desenvolvidas, faz com que os picos ultrapassem significativamente as previsões de tensão resistente ao cisalhamento calculada pela norma americana, apontando para previsões de carga última mais conservadoras, já que a norma americana não considera o acréscimo de tensão cisalhante conforme o aumento da taxa de armadura.

Outra consequência provocada pelo acréscimo de taxa de armadura está relacionada a uma melhora na distribuição de tensões cisalhantes entre os pontos alinhados ao vértice e ao centro do pilar, permitindo os acréscimos de carga última verificados no Item 4.3.1. Em que para as lajes com  $\rho = 2.16$ , foi possível observar essa evolução no lado sul, ocorrendo nos modelos P32A –  $\rho = 2.16$ , P64A –  $\rho = 2.16$ , P96A –  $\rho = 2.16$  e P128A –  $\rho = 2.16$ .

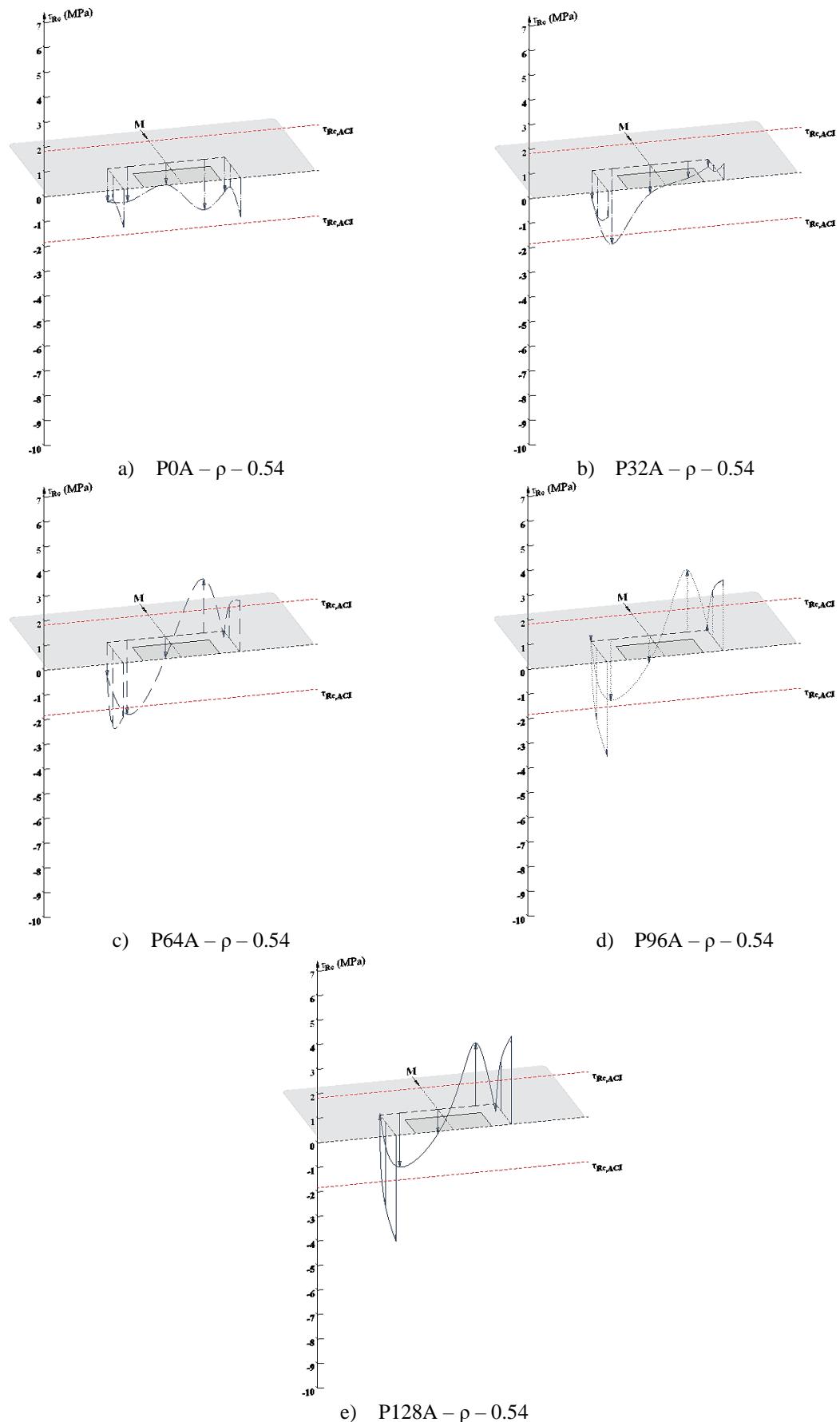


Figura 4.68 – Efeito da excentricidade nas tensões cisalhantes no perímetro crítico em ligações laje-pilar com taxa de armadura de 0.54%.

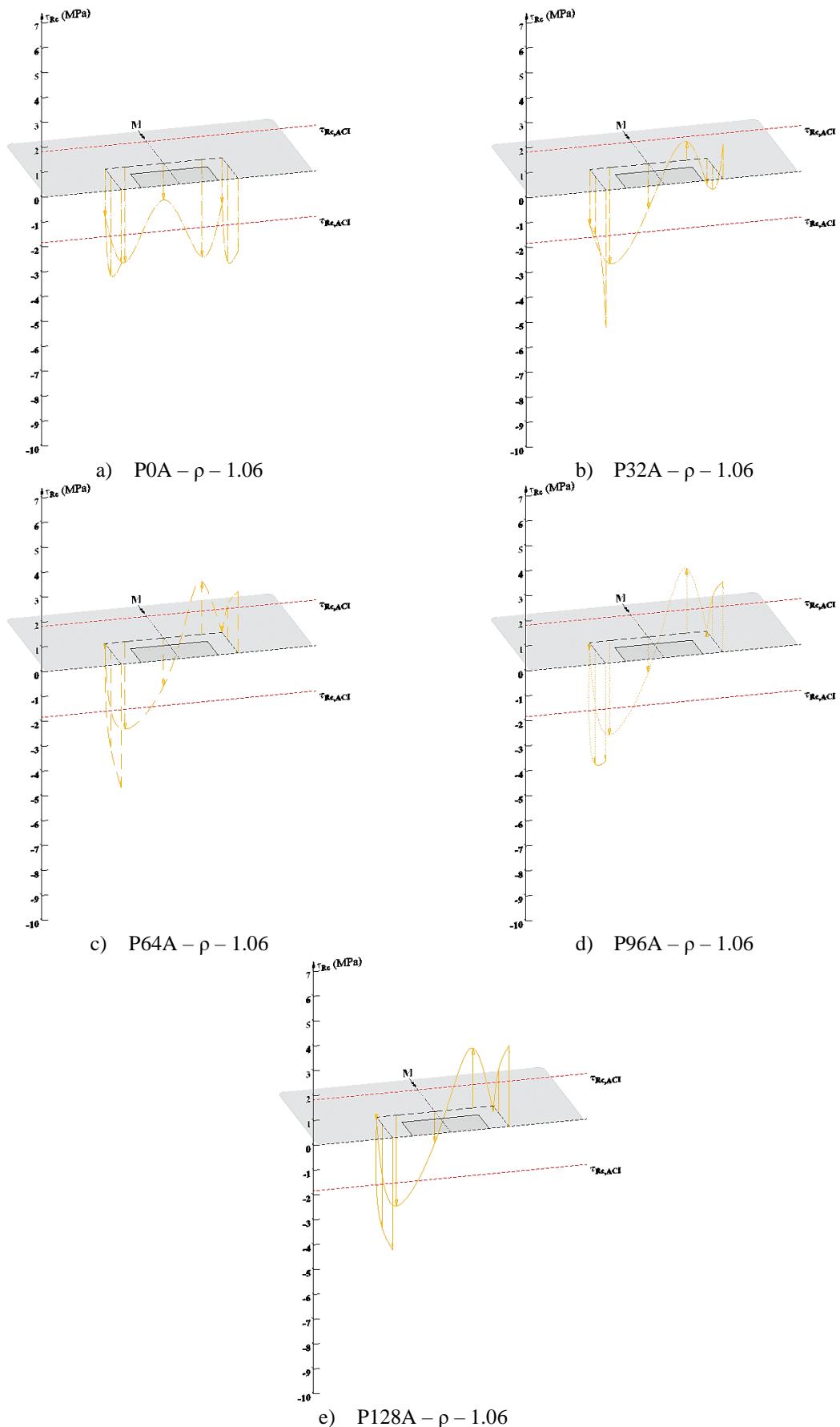


Figura 4.69 – Efeito da excentricidade nas tensões cisalhantes no perímetro crítico em ligações laje-pilar com taxa de armadura de 1.06%.

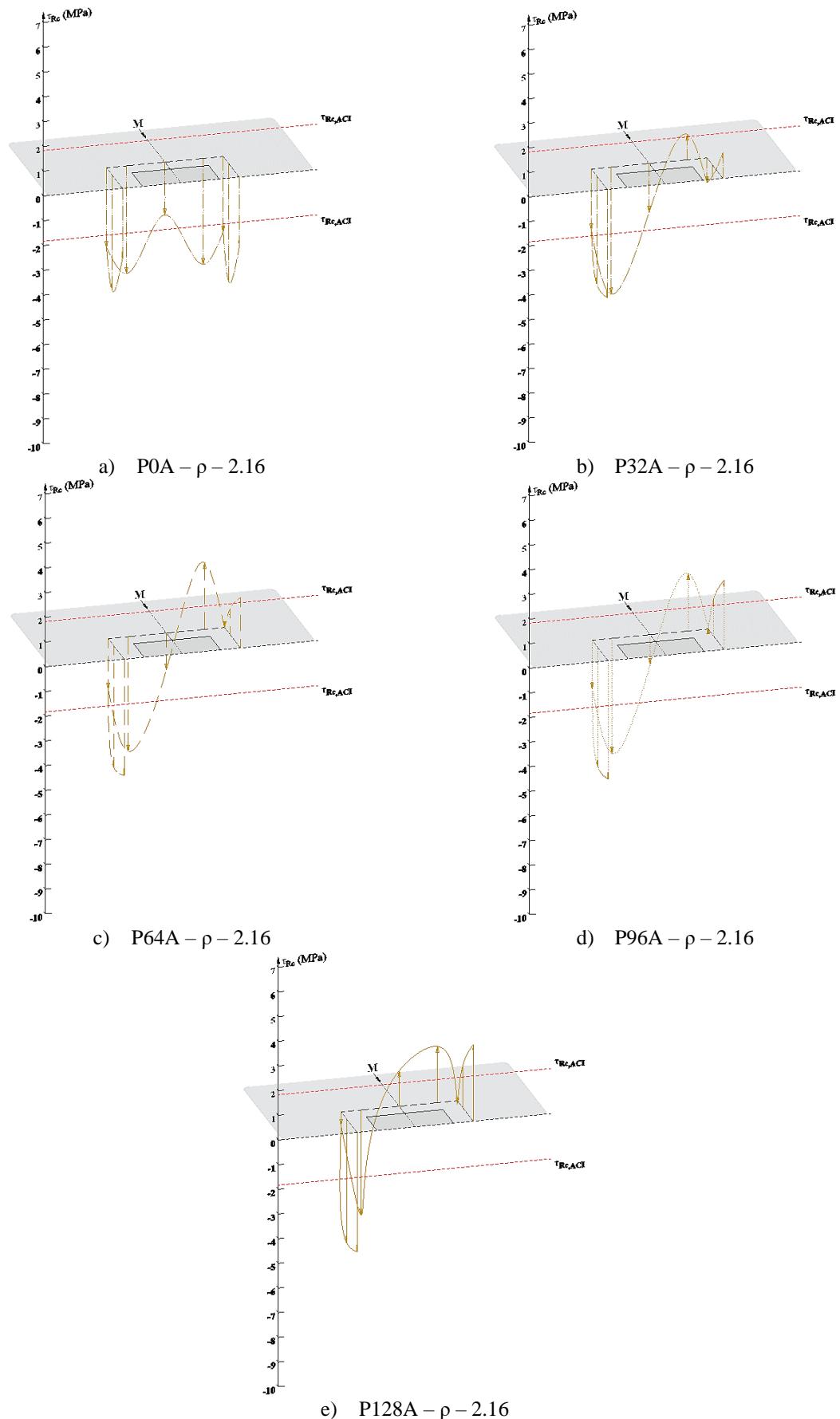


Figura 4.70 – Efeito da excentricidade nas tensões cisalhantes no perímetro crítico em ligações laje-pilar com taxa de armadura de 2.16%.

#### 4.3.4. Estimativas Normativas

Na Figura 4.71, são relacionadas as tensões associadas ao momento fletor ( $v_m$ ) e ao esforço cortante nas lajes ( $v_u$ ), ambos divididos pela tensão teórica, sendo determinada com base nas formulações normativas ( $v_{R,c}$ ). Verificando a influência dessas tensões de acordo com as previsões normativas para cada laje. A linha contínua preta representa a situação ideal. Os resultados acima são considerados conservadores, enquanto os resultados abaixo são considerados inseguros.

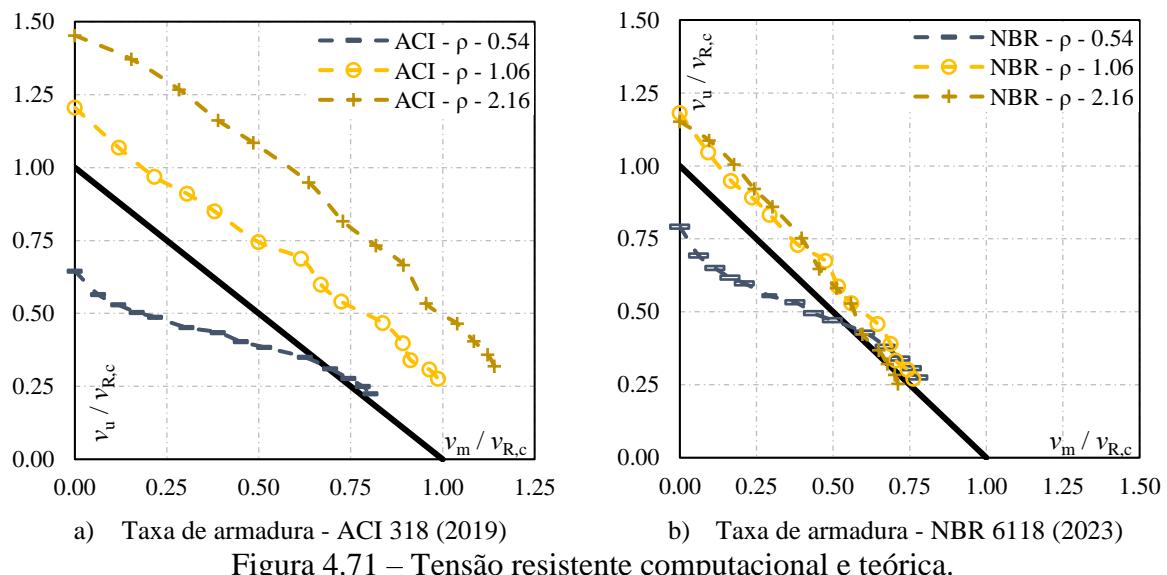


Figura 4.71 – Tensão resistente computacional e teórica.

Analizando a Figura 4.71, é perceptível que as normas apresentaram previsões de resistência à punção inseguras para os modelos com taxa de armadura de flexão de 0,54%, quando esses foram submetidos a excentricidades de até 640 mm. Para aplicações de excentricidades de carregamento acima 800 mm, as duas normas passaram a apresentar previsões mais precisas. Estando de acordo com verificação da distribuição de tensões cisalhantes no perímetro crítico das lajes, apresentada no Item 4.3.3. Para as ligações laje-pilar com taxas de armadura de 1,06% e 2,16%, o ACI 318 (2019) apresentou resultados a favor da segurança, porém conservadores, apresentando tendências paralelas a linha ideal que se afastam da mesma à medida que há um aumento na taxa de armadura. Resultados esses que também foram identificados por Panihi e Genikomsou (2022). Enquanto que pela norma brasileira, essas mesmas lajes apresentaram resultados mais precisos, porém com uma inclinação a resultados inseguros, quando submetidas a elevadas excentricidades, a partir de 1120 mm. Indicando que as normas podem não estar calibradas para lajes produzidas com baixas taxas de armadura, nem para elevadas excentricidades, no caso da ABNT NBR 6118 (2019).

## 5. ANÁLISE DAS RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS

Neste capítulo, buscou-se avaliar o desempenho das recomendações normativas de projeto do ACI 318 (2019) e da ABNT NBR 6118 (2023). As normas foram avaliadas comparando suas previsões para ruptura à punção de ligações laje-pilar sem armadura de cisalhamento submetidas a momentos desbalanceados com os resultados experimentais disponíveis na literatura, somados aos resultados computacionais apresentados no capítulo anterior, organizados em forma de um banco de dados.

### 5.1. Apresentação do Banco de Dados

Para a composição do banco de dados, foram aplicados critérios de filtragem que resultaram na exclusão de ensaios com ligações laje-pilar de canto, de borda e contendo furos adjacentes. Além disso, foram descartadas lajes com altura útil menor que 95 mm e resistência à compressão do concreto menor que 20 MPa, por serem menos representativas de situações reais. Também foram excluídas aquelas que não forneciam informações suficientes para a realização dos cálculos necessários para a previsão da resistência à punção de acordo com as normas vigentes. A partir de um total de 367 ensaios em lajes lisas encontrados na literatura e após a aplicação dos critérios de filtragem conforme a Tabela 5.1, obteve-se um conjunto de 69 lajes que compõem efetivamente o presente banco de dados.

Tabela 5.1 – Resumo do processo de filtragem e composição do banco de dados.

Autores	Nº de Testes	Critérios de Filtragem							Nº de Testes Utilizados
		A	B	C	D	E	F	G	
Moe (1961)	12	2	-	-	-	-	-	-	10
Anderson (1963)	3	-	-	3	-	-	-	-	0
Hanson e Hanson (1968)	17	-	9	-	-	8	-	-	0
Anis (1970)	7	-	7	-	-	-	-	-	0
Kinnunen (1971)	9	-	-	-	-	-	9	-	0
Narasimhan (1971)	7	-	-	-	-	-	7	-	0
Zaghlool (1971)	20	-	-	6	-	-	20	-	0
Stamenkovic e Chapman (1974)	52	-	52	-	-	-	-	-	0
Hawkins e Corley (1974)	2	-	-	2	-	-	-	-	0
Regan (1981)	32	-	31	-	-	-	-	-	1
Shehata (1988)	6	-	-	-	-	-	-	-	6
Hawkins, Bao e Yamazaki (1989)	36	-	6	14	-	-	-	-	16
Kamaraldin (1990)	8	-	8	-	-	-	-	-	0
Cordovil e Fusco (1995)	10	-	-	7	-	-	-	-	3
Marzouk, Emam e Hilal (1996)	7	-	-	-	2	-	-	-	5
Marzouk, Emam e Hilal (1998)	3	-	-	-	1	-	-	-	2
El-Salakawy <i>et al.</i> (1998)	14	-	14	-	-	-	-	-	0
Kruger (1999)	6	-	3	-	-	-	-	-	3
Sherif <i>et al.</i> (2005)	5	-	-	-	-	-	5	-	0
Souza (2008)	19	-	-	-	-	16	-	-	3
Ferreira <i>et al.</i> (2010)	16	-	-	15	-	-	-	-	1
Feliciano (2011)	3	-	-	-	-	-	3	-	0
Oliveira (2012)	7	-	-	-	1	5	-	-	1
Oliveira (2013)	16	-	-	14	-	-	-	-	2
Albuquerque (2014)	13	-	-	-	-	-	13	-	0
Almeida <i>et al.</i> (2016)	5	-	-	-	-	-	-	4	1
Drakatos, Muttoni e Beyer (2016)	13	-	-	-	-	-	-	7	6
Gouda and El-Salakawy (2016)	5	-	-	4	-	-	-	-	1
Brujić <i>et al.</i> (2018)	7	-	-	-	-	-	-	-	7
Bursać <i>et al.</i> (2021)	7	-	-	6	-	-	-	-	1
Nº Total de Testes Obtidos									367
Nº Total de Testes Filtrados									298
Nº Total de Testes Utilizados									69
A - $fc < 20$ MPa									
B - $d < 95$ mm									
C – Armadura de cisalhamento									
D – Sem Transferencia de momento na ligação laje-pilar									
E – Furos adjacentes									
F – Ligações de canto e borda									
G – Testes cíclicos									

A Tabela 5.2 apresenta um resumo das características dos espécimes, incluindo os modelos computacionais, obtendo-se um total de 181 ligações laje-pilar, sendo destacado os autores, o número de ensaios utilizadas de cada trabalho, as dimensões C1 e C2 dos pilares, altura útil (d), taxa de armadura de flexão ( $\rho$ ), resistência à compressão do concreto ( $fc$ ), excentricidade ( $e$ ) e a carga última das lajes ( $Vu$ ). Na Figura 5.1 é apresenta um histograma com a distribuição das características analisadas no banco de dados.

Tabela 5.2 – Resumo das características das ligações laje-pilar do banco de dados.

Autores	Nº de Testes	c (mm)	d (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$V_u$ (kN)
Moe (1961)	10	254 - 305	114	1,34 - 1,50	20,8 - 27,0	102 - 436
Regan (1981)	1	200 - 300	101	0,66	45,9	187
Shehata (1988)	6	150	95	1,37	22,0 - 29,5	140 - 270
Hawkins, Bao e Yamazaki (1989)	16	305	114 - 121	0,59 - 1,40	31,3	169 - 319
Cordovil e Fusco (1995)	3	150 - 250	104	0,72	29,9 - 30,8	101 - 258
Marzouk, Emam e Hilal (1996)	5	250	116	0,50 - 1,00	34,0 - 43,2	163,6 - 408,2
Marzouk, Emam e Hilal (1998)	2	250	116	0,50 - 1,00	73	200,2 - 262,4
Kruger (1999)	3	300	121	1,06	30,4 - 38,6	270 - 423
Souza (2008)	3	200 - 500	121 - 123	0,93	37,8 - 43,2	364 - 475
Ferreira <i>et al.</i> (2010)	1	300	144	1,47	50	528,3
Oliveira (2012)	1	200 - 500	122	1,19	44,1	266
Oliveira (2013)	2	200 - 400	141 - 143	1,58 - 1,62	50 - 54	425,1 - 445,8
Almeida <i>et al.</i> (2016)	1	250	118	0,96	55,1	212,7
Drakatos, Muttoni e Beyer (2016)	6	390	194 - 204	0,79 - 1,61	32,3 - 39	253 - 734
Gouda and El-Salakawy (2016)	1	300	160	0,65	42	486
Brujić <i>et al.</i> (2018)	7	250	146	1,06	43,6 - 104,9	389,6 - 713,51
Bursać <i>et al.</i> (2021)	1	150	95	0,92	41,4	187,3
Este Trabalho	112	300	121	0,54 - 2,16	20 - 90	83,0 - 540,5

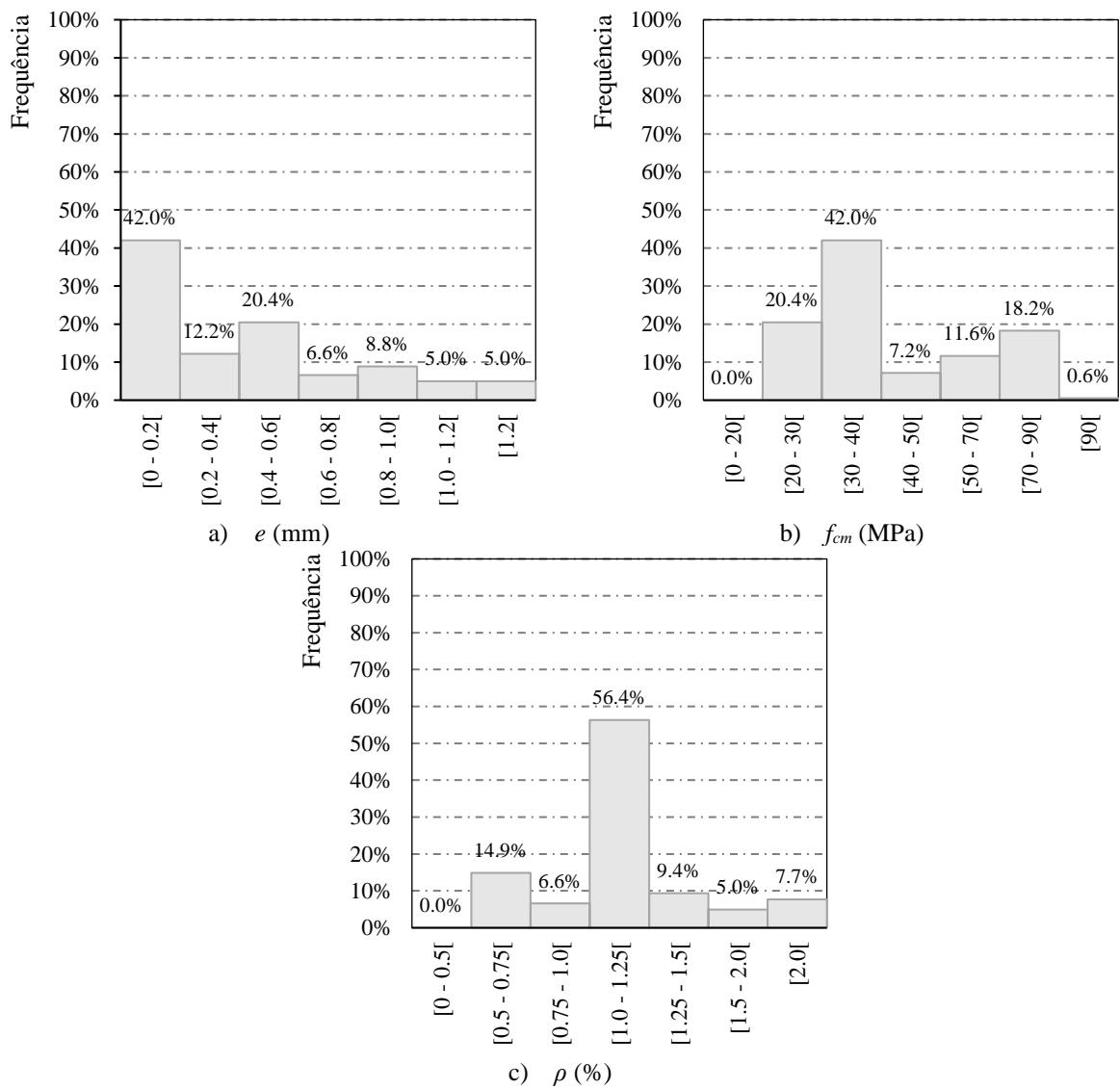


Figura 5.1 – Distribuição das características dos espécimes que compõe o banco de dados.

## 5.2. Desempenho das Estimativas das Normas

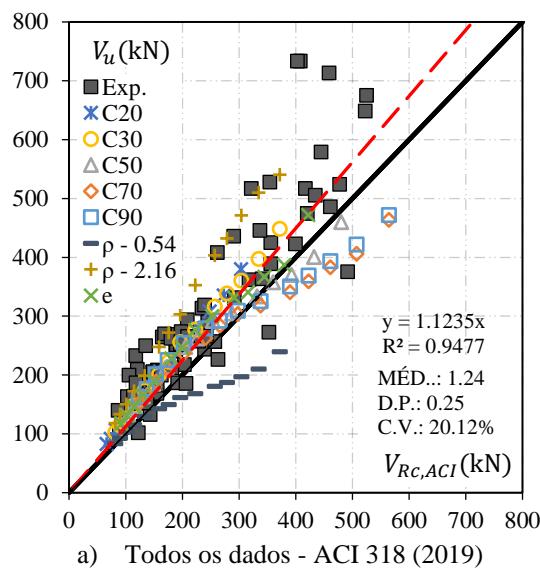
A Figura 5.2 apresenta a avaliação do desempenho dos modelos normativos do ACI 318 (2019) e da ABNT NBR 6118 (2023), por meio da relação entre a carga de ruptura experimental e a carga de ruptura teórica ( $V_u / VR,teo$ ), analisando separadamente os dados computacionais e experimentais, além do agrupamento desses. Os resultados dos gráficos são confrontados por uma linha preta cheia que representa um limite de segurança idealizado onde  $V_u = VR,teo$  e uma linha vermelha tracejada a qual representa a tendência média dos resultados.

Adicionalmente, são analisados parâmetros estatísticos como a média (MÉD.), desvio padrão (D.P.), o coeficiente de variação (C.V.) e o coeficiente de determinação, frequentemente denominado como  $R^2$ , ao qual possibilita a compreensão do quanto a variabilidade dos resultados ( $V_u$ ) é explicada pelas previsões normativas ( $VR,teo$ ). O valor máximo possível para  $R^2$  é 1, o que significaria que o modelo normativo explica completamente a variação desses. Vale ressaltar que, para o presente trabalho, as formulações para a determinação da resistência à punção, de acordo com os códigos normativos, foram consideradas sem a aplicação de coeficientes de majoração ou minoração, e que foram impostos os limites em relação a resistência à compressão para a norma americana, e de taxa de armadura para a norma brasileira.

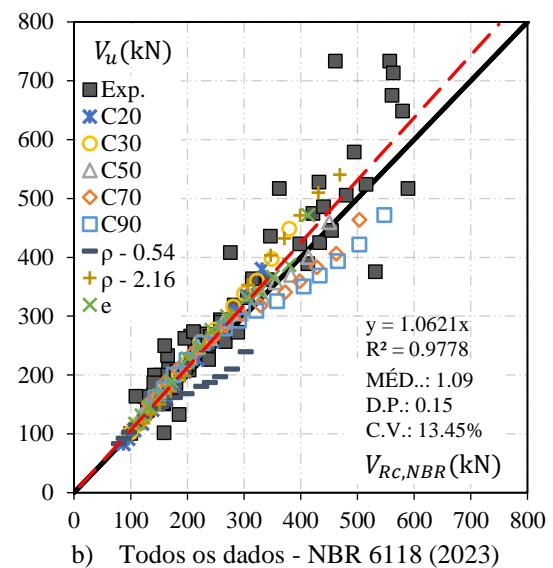
Ao comparar individualmente os dados computacionais e os experimentais, é analisado que ambos tiveram a mesma tendência à favor da segurança para as duas normas, já que as equações foram capazes de levar a maioria dos resultados de  $V_u / VR,teo > 1$ . No entanto, os dados computacionais apresentaram uma quantidade maior de resultados indicando menor segurança, especialmente em lajes com baixa quantidade de armadura de flexão e em concretos de alta resistência à compressão. Isso fez com que a linha de tendência desses cálculos se aproximasse mais do limite de segurança considerado ideal. Com isso, os resultados computacionais apresentaram melhores resultados de MÉD., D.P. e C.V. para as duas normas, além de praticamente manter ou melhorar o  $R^2$ , ficando próximo de 1.

Analizando de forma conjunta esses dados computacionais e experimentais, foi verificado o mesmo padrão descrito anteriormente, com as normas do ACI 318 (2019) e a ABNT NBR 6118 (2023) apresentando um bom desempenho, com suas equações sendo capazes de levar a maioria dos resultados de  $V_u / VR,teo > 1$ . Contudo, parte das lajes apresentaram resultados inseguros, devendo ser dada uma maior atenção para as ligações laje-pilar produzidas

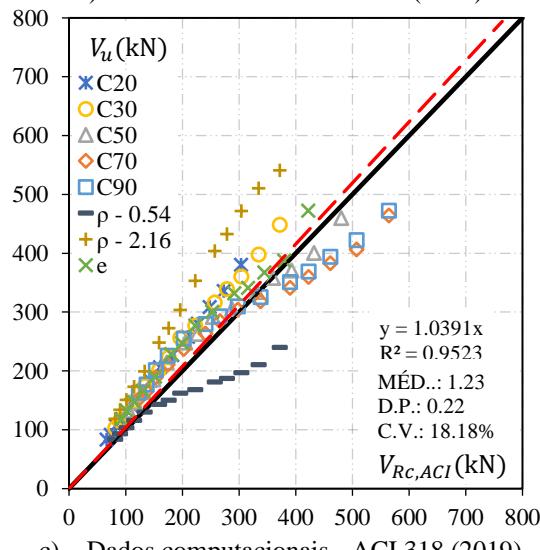
com concreto de alta resistência e com baixas taxas de armadura de flexão. Comparando as normas, é possível verificar que a norma brasileira conseguiu prever de forma mais precisa a carga de ruptura das lajes, apresentando uma MÉD. de 1,09, um incremento de D.P. de 0,15 e um C.V. de 13,45%. Enquanto que pela norma americana foram verificados aumentos desses valores, sendo obtida uma MÉD. de 1,24, um incremento de D.P. de 0,25 e um C.V. de 20,12%. Além disso, a ABNT NBR 6118 (2023), exibiu uma baixa dispersão dos resultados, com um  $R^2$  de 0,9778.



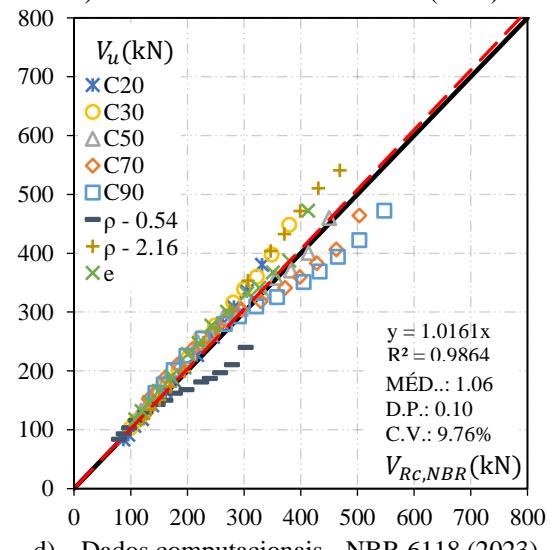
a) Todos os dados - ACI 318 (2019)



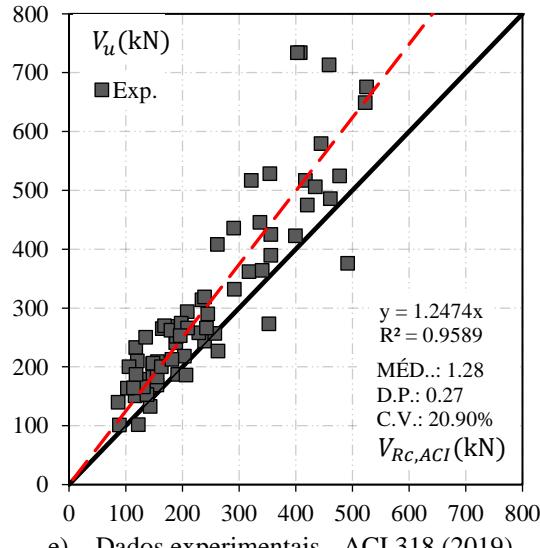
b) Todos os dados - NBR 6118 (2023)



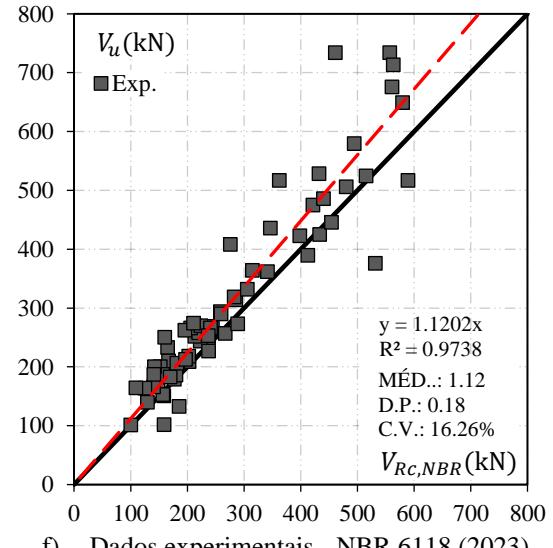
c) Dados computacionais - ACI 318 (2019)



d) Dados computacionais - NBR 6118 (2023)



e) Dados experimentais - ACI 318 (2019)



f) Dados experimentais - NBR 6118 (2023)

Figura 5.2 – Previsão das normas para ruptura de lajes à punção ( $V_u$  /  $V_{R,teo}$ ).

As Figura 5.3, 5.4 e 5.5 avaliam a variação do desempenho das previsões das recomendações do ACI 318 (2019) e da ABNT NBR 6118 (2023), ( $V_u / V_{R,teo}$ ) em função da excentricidade de carregamento ( $e$ ), da resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ) e da taxa de armadura de flexão ( $\rho$ ), respectivamente. Foram analisados separadamente os dados computacionais e experimentais, além do agrupamento desses. As figuras ainda apresentam uma linha reta cheia indicando o limite de segurança onde  $V_u / V_{R,teo} = 1$ , com resultado abaixo desta razão sendo considerados inseguros e acima seguros. Os gráficos ainda são confrontados com linhas pontilhas inferiores e superiores indicando os percentis de 5% ( $V_{5\%}$ ) e 95% ( $V_{95\%}$ ). Por fim uma linha vermelha tracejada representa a tendência média dos resultados.

A avaliação das Figura 5.3, 5.4 e 5.5, com base nos critérios do Eurocode 2 (2014), indicam que nenhuma das duas normas atingiram níveis satisfatórios de segurança, todas apresentando um 5%-quantil abaixo de 1,00; tanto para os dados computacionais, como experimentais, e, consequentemente, para o conjunto desses. É importante destacar que a ABNT NBR 6118 (2023) foi a que mais se aproximou do ideal, atingindo 0,85 para o 5%-quantil, considerando todos os dados, enquanto que o ACI 318 (2019) alcançou 0,82 para o mesmo intervalo.

Ao analisar a influência da excentricidade, Figura 5.3, comparando individualmente os dados computacionais com os experimentais, é verificado que para a norma americana, os resultados computacionais tem uma tendência mais acentuada ao conservadorismo conforme o aumento da excentricidade de carregamento, enquanto que os resultados experimentais apresentam essa mesma tendência de forma mais suavizada. Pela norma brasileira, também é verificada essa mesma inclinação dos resultados computacionais, porém para o resultados experimentais, os valores de  $V_u / V_{R,teo}$  tendem a permanecer constantes. Já em relação ao conjunto desses dados, para o ACI 318 (2019) é obtida uma tendência mais conservadora conforme o aumento da excentricidade, enquanto que para a ABNT NBR 6118 (2023), essa tendência é mais suavizada. Vale ressaltar, que a grande maioria dos resultados experimentais está em uma faixa de excentricidade de 0 a 0,5 m. Dessa forma, os resultados computacionais conseguem trazer uma perspectiva do comportamento das normas para grandes excentricidades.

Quanto ao impacto da resistência à compressão do concreto, Figura 5.4, ao analisar separadamente os dados computacionais e os experimentais, para o ACI 318 (2019), tanto os resultados computacionais quanto os experimentais tem uma tendência a resultados menos

seguros com o aumento de resistência do concreto, para essa norma isso é mantido ao analisar o conjunto desses dados. Em relação a ABNT NBR 6118 (2023), são observadas tendências diferentes entre os resultados computacionais e experimentais, em que para o primeiro, ocorre uma suave inclinação a resultados menos seguros conforme o aumento da resistência à compressão, enquanto que para os resultados experimentais há uma tendência a resultados conservadores devido ao aumento da resistência do concreto. Com isso, ao analisar em conjunto todos os dados, os valores de  $V_u / V_{R,teo}$  tendem a permanecer constantes. Novamente, destaca-se que haviam poucos resultados experimentais para concretos de alta resistência à compressão, sendo os resultados computacionais importantes para permitir a compreensão do comportamento das normas em relação a elevadas resistências à compressão do concreto.

Com relação a taxa de armadura de flexão, Figura 5.5, confrontando os dados computacionais com os experimentais, tem-se que para a norma americana, ocorre uma tendência conservadora para altas taxas de armadura, além de previsões inseguras para baixas taxas, tanto para os resultados computacionais, quanto para os experimentais. Isso faz com que essa tendência seja mantida ao analisar o conjunto desses dados, sendo verificado que o ACI 318 (2019) pode resultar em previsões inseguras para taxas de armadura próximas de 0,50%. Em contrapartida, para a norma brasileira foram obtidas tendências diferentes entre os resultados computacionais e experimentais, ocorrendo uma suave inclinação a resultados inseguros para baixas taxas de armadura e resultados conservadores para altas taxas de armadura em relação aos dados computacionais. Enquanto que para os dados experimentais se tem o inverso, com resultados conservadores para baixas taxas de armadura e menos seguros para altas taxas. Com isso, para a ABNT NBR 6118 (2023), os resultados em conjunto apresentaram uma leve tendência a resultados menos seguros com baixas taxas de armadura de flexão. É importante ressaltar que não havia resultados experimentais para taxas de armadura próximas a 2,0%, onde os resultados computacionais expandiram o conhecimento sobre o desempenho das normas para esse fator.

Com isso, é verificado que a ABNT NBR 6118 (2023), apresentou previsões de resistência à punção mais próximas aos resultados computacionais e experimentais, sem haver tanta dispersão dos resultados para essa norma e com linhas de tendência que tendem a se manter constantes e acima da linha ideal, independente das variações de excentricidade, resistência à compressão do concreto e taxa de armadura de flexão. Porém, pelos critérios do Eurocode 2 (2014), as normas não atingem níveis satisfatórios de segurança, apresentando um 5%-quantil abaixo de 1,00.

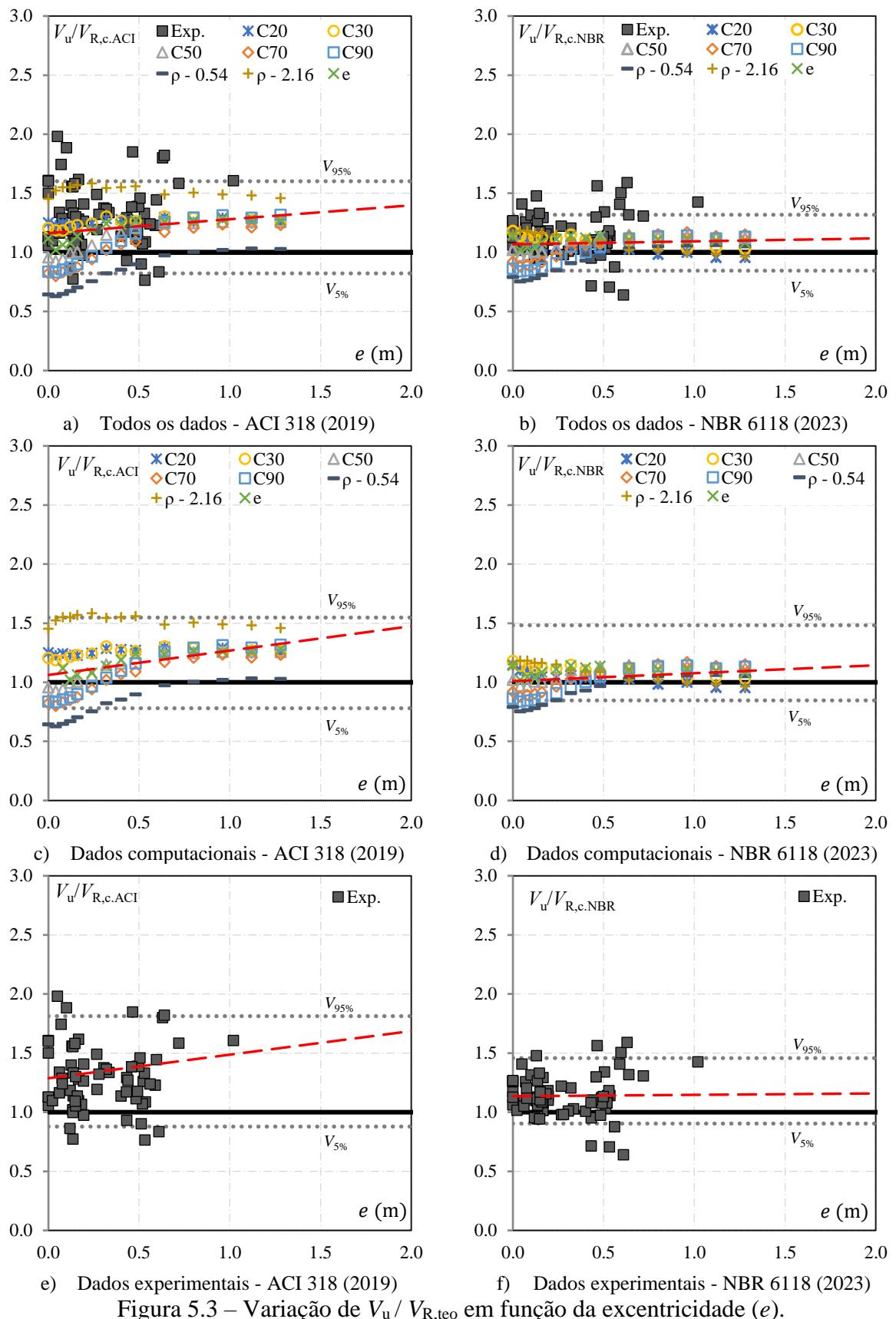


Figura 5.3 – Variação de  $V_u/V_{R,\text{teo}}$  em função da excentricidade ( $e$ ).

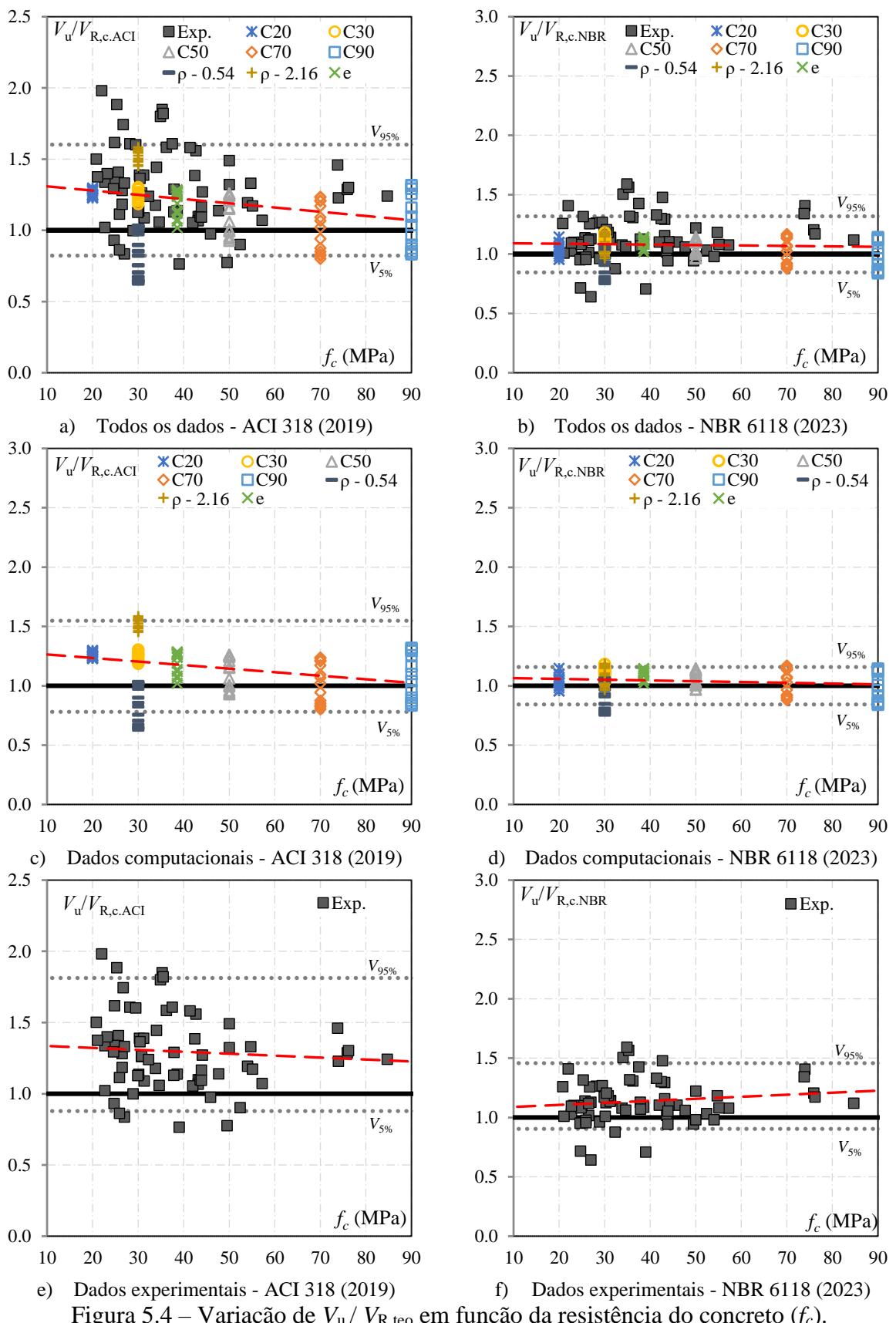
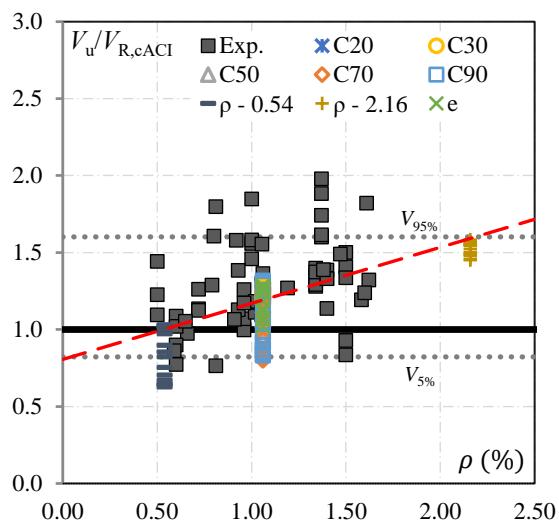
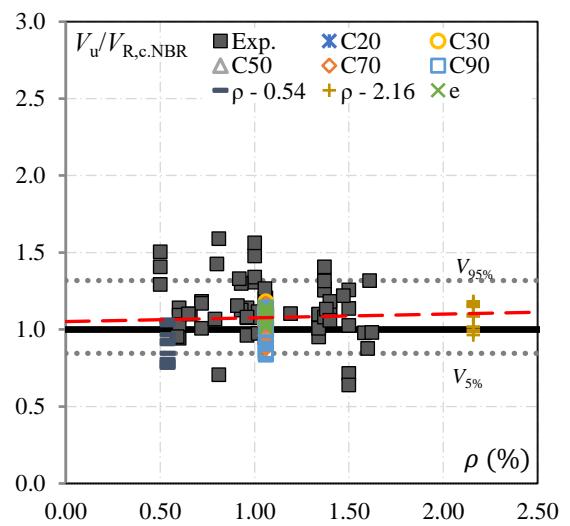


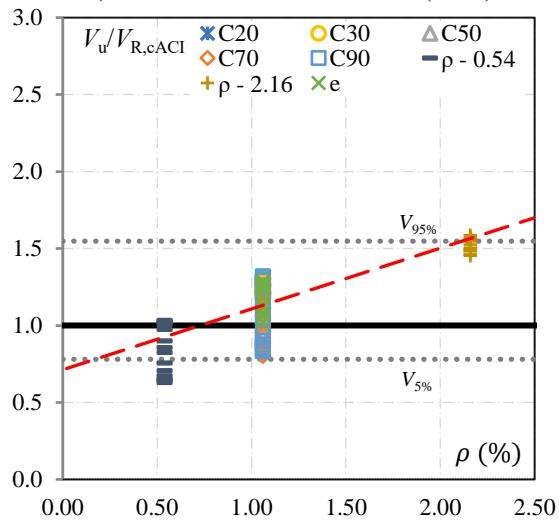
Figura 5.4 – Variação de  $V_u / V_{R,\text{teo}}$  em função da resistência do concreto ( $f_c$ ).



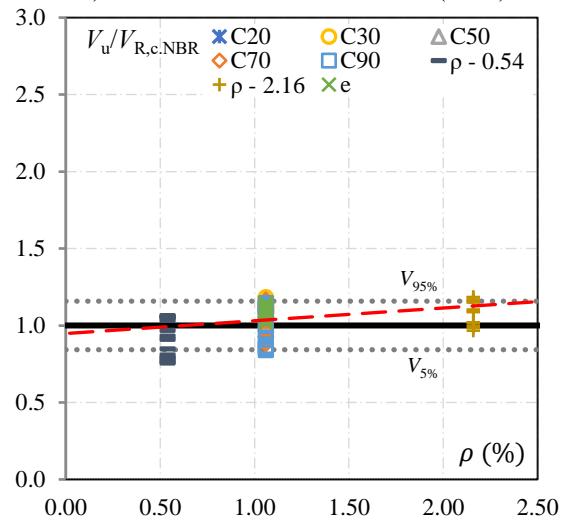
a) Todos os dados - ACI 318 (2019)



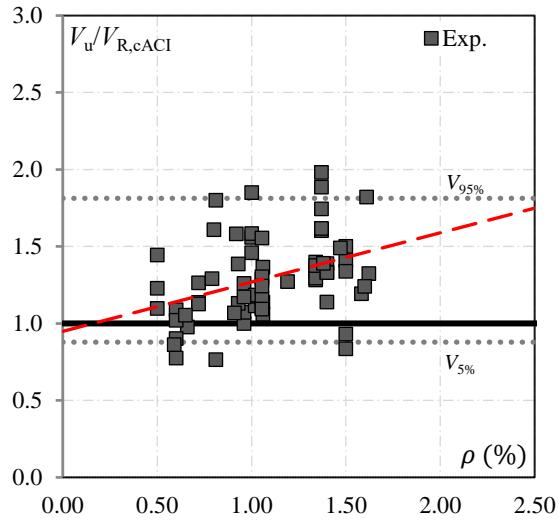
b) Todos os dados - NBR 6118 (2023)



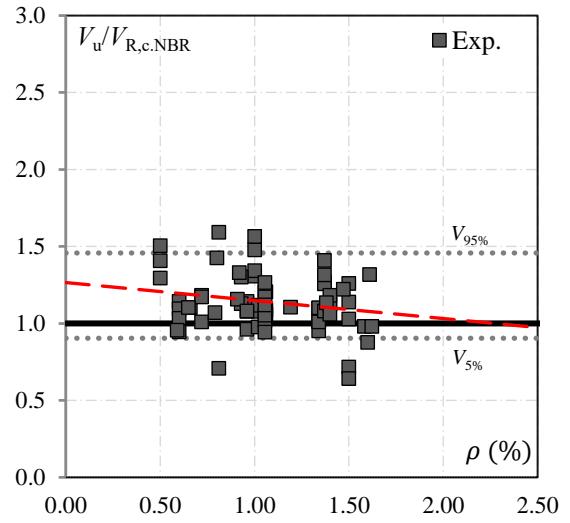
c) Dados computacionais - ACI 318 (2019)



d) Dados computacionais - NBR 6118 (2023)



e) Dados experimentais - ACI 318 (2019)



f) Dados experimentais - NBR 6118 (2023)

Figura 5.5 – Variação de  $V_u / V_{R,\text{teo}}$  em função da taxa de armadura de flexão ( $\rho$ ).

## 6. CONCLUSÕES

Para os projetos de lajes lisas de concreto, é fundamental seguir critérios confiáveis para o dimensionamento à punção, haja vista que a maioria dos acidentes decorre desse fenômeno, muitas vezes está relacionado a falhas nas fases de projeto e construção. Este estudo se propôs a realizar uma análise paramétrica da influência da excentricidade de carga ( $e$ ), da resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ) e da taxa de armadura de flexão ( $\rho$ ) na resistência à punção de ligações laje-pilar internas com momento desbalanceado.

Para isso, foi definida uma estratégia de modelagem computacional no *software* ATENA, utilizando um modelo com viga e interface de contato, com elementos finitos de 40 mm, definindo a energia de fratura pelas recomendações do fib Model Code 1990 (1992), utilizando o modelo de fissura fixa e aplicando o carregamento por controle de deslocamento e método de resolução de Newton-Raphson. Realizando os modelos do sistema de ensaio localizado de Kruger (1999), com espécimes apresentando variações na intensidade de momento desbalanceado, nas taxas de armadura de flexão e de cisalhamento, utilizando os tipos conectores de aço e estribos abertos, como armadura de punção. A partir disso, foi realizado o estudo paramétrico e avaliado o comportamento à punção de ligações laje-pilar com momento desbalanceado. Além disso, foi elaborado um banco de dados contendo ensaios experimentais disponíveis na literatura e os modelos computacionais elaborados nesse trabalho, para analisar o desempenho das estimativas normativas do ACI 318 (2019) e da ABNT NBR 6118 (2023) na determinação da resistência à punção em ligações laje-pilar com transferência de momento.

Nesse sentido, a metodologia de modelagem computacional elaborada para os ensaios experimentais de Kruger (1999), apresentou boa correlação em relação aos resultados de carga versus deslocamento, conseguindo reproduzir as variações de resistência esperadas, em relação aos acréscimos de armadura de flexão e de cisalhamento, além das variações da excentricidade. Nesse sentido, foi obtido um erro médio de apenas 0,4% para a carga última e 8,9% para o deslocamento último, além de apresentar uma boa precisão, obtendo desvios-padrão e os coeficientes de variação próximos de 7% para o carregamento e 14% para o deslocamento. Ainda ao comparar o padrão de fissuração foi notável a semelhança obtida pela modelagem computacional, conseguindo reproduzir as rupturas ocorridas nos ensaios

experimentais. Dessa forma, foi validada a metodologia de modelagem computacional, possibilitando a análise paramétrica.

Na análise paramétrica realizada inicialmente para a verificação do efeito da excentricidade de carregamento, foram obtidas reduções máximas de carga última de 75,1% e de deslocamento de 77,9%, associadas ao aumento da excentricidade, verificando certa linearidade entre a redução de carga e o incremento de momento desbalanceado. A excentricidade também provocou alterações no padrão dos deslocamentos verticais, fazendo com que o seu aumento provocasse assimetrias no perfil de deslocamento e até a ocorrência de inflexões na laje de um lado para o outro, o que foi compatível com o padrão de fissuração e com a distribuição de tensões cisalhantes apresentadas, havendo a inversão de sinal da solicitação no lado oposto a aplicação da carga. Para essa primeira série, as normas não apresentaram resultados contra à segurança, com a norma brasileira demonstrando resultados mais próximos ao ideal, enquanto que a norma americana obteve uma tendência conservadora com o aumento das tensões associadas ao momento desbalanceado.

Posteriormente, nas verificações da resistência à compressão do concreto e na taxa de armadura de flexão em ligações laje-pilar submetidas a diferentes excentricidades de carregamento, o comportamento global dos modelos se manteve, com reduções significativas de carga última e de deslocamento máximo, apresentando perdas de carga entre 65,1% à 78,1% e de deslocamento entre 59,4% à 80,5%. Além de verificar alterações no padrão dos deslocamentos verticais, na fissuração e na distribuição de tensões cisalhantes para todas as classes de concreto, fazendo com que ocorressem assimetrias conforme o aumento da excentricidade, até gerar inversão de sinal da solicitação no lado oposto a aplicação da carga.

Nesse sentido, o principal efeito do incremento de resistência à compressão do concreto em ligações laje-pilar foi na intensidade de tensão cisalhante desenvolvidas nas classes de alta resistência, que não apresentaram grandes acréscimos de resistência ao cisalhamento para excentricidades de até 240 mm, fazendo com que a previsão normativa de resistência ao cisalhamento e, consequentemente, à punção superestimasse esses valores para esses modelos.

Enquanto que um dos efeitos provocado pelo aumento da taxa de armadura de flexão foi em relação ao acréscimo de resistência ao cisalhamento desenvolvido. Para a taxa de 0,54% a previsão de tensão resistente ao cisalhamento calculada pela norma americana apresentou

valores próximos aos picos de solicitação e, com isso, para excentricidade de até 640 mm, houveram previsões inseguras da resistência à punção. Para as lajes com taxas de 1,06% e 2,16% a norma brasileira apresentou resultados mais precisos, enquanto a americana apresentou resultados conservadores.

Na análise do desempenho das estimativas normativas do ACI 318 (2019) e da ABNT NBR 6118 (2023), as duas normas apresentaram um bom desempenho, com suas equações sendo capazes de levar a maioria dos resultados de  $V_u / VR_{teo} > 1$ . Contudo, parte das lajes apresentaram resultados inseguros, devendo ser dada uma maior atenção para as ligações laje-pilar produzidas com concreto de alta resistência e com baixas taxas de armadura de flexão. Ao comparar as duas normas, foi verificado que a norma brasileira conseguiu prever de forma mais precisa a carga de ruptura das lajes, apresentando melhores resultados de média, desvio padrão, coeficiente de variação e de determinação. Além disso, para a ABNT NBR 6118 (2023), ao verificar o efeito das variações da excentricidade de carga ( $e$ ), da resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ) e da taxa de armadura de flexão ( $\rho$ ), foram verificadas linhas de tendência que tendem a se manter constantes e um pouco acima da linha ideal, independente da variação desses fatores, o que não é notado para o ACI 318 (2019). Porém, pelos critérios do Eurocode 2 (2014), as normas não atingem níveis satisfatórios de segurança.

Com isso, é exibido que as variações na excentricidade de carga ( $e$ ), na resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ) e na taxa de armadura de flexão ( $\rho$ ), impactam diretamente na resistência à punção de ligações laje-pilar com transferência de momento. Desses parâmetros, o que mais influencia no comportamento global das lajes é a excentricidade de carregamento, que provoca uma assimetria nos deslocamentos verticais, no padrão de fissuração e na distribuição de tensões. Das duas normas analisadas, ACI 318 (2019) e ABNT NBR 6118 (2023), a norma brasileira foi a que apresentou melhores resultados para a previsão de resistência à punção, com suas equações calibradas para as variações de  $e, f_c$  e  $\rho$ . Ainda assim, as duas normas não atingem níveis satisfatórios de segurança para os critérios do Eurocode 2 (2014), apresentando resultados inseguros para lajes com baixas taxas de armadura de flexão e com concretos de alta resistência à compressão. Com isso, os resultados computacionais desse trabalho, conseguiram expandir o conhecimento sobre o desempenho das normas para esses casos, em que há poucos resultados experimentais, contribuindo para o aprimoramento das práticas de projeto e para o desenvolvimento de diretrizes mais precisas na análise de ligações submetidas a momentos desbalanceados.

Como sugestão para trabalhos futuros, tem-se a continuação das análises paramétricas, utilizando a estratégia de modelagem computacional no *software* ATENA, expandindo a verificação do efeito da taxa de armadura de flexão para outras classes de concreto, além disso, podem ser ampliadas essas análises para lajes com armaduras de cisalhamento. Ainda podem ser realizados trabalhos experimentais em ligações laje-pilar com momento desbalanceado, para cobrir de maneira mais efetiva as faixas de variações dos parâmetros apresentados.

## 7. REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ACI 318 (2019). **Building Code Requirements for Structural Concrete**. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan.

AKINPELU, M. A.; GABRIEL, D. S.; SALMAN, A. M.; RAHEEM, I. A. Numerical study on the effect of different column shapes on punching shear behavior of flat slabs. **Results in engineering**, v. 19, 2023.

ALBUQUERQUE, N. G. B. **Comportamento das Ligações de Lajes Lisas de Concreto Armado Com Pilares de Borda Sujeitas a Excentricidades Interna e Externas**. Tese (Doutorado), Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, 2014.

ALMEIDA, A.F.O.; INÁCIO, M.M.G.; LÚCIO, V.J.G.; RAMOS, A.P. Punching behaviour of RC flat slabs under reversed horizontal cyclic loading. **Eng Struct**, 2016.

ALROUSAN, R. Z.; ALNEMRAWI, B. R. The influence of concrete compressive strength on the punching shear capacity of reinforced concrete flat slabs under different opening configurations and loading conditions. **Structures**, v. 44, p. 101–119, 2022.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 318-19. **Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary**. ACI Committee 318, 2019.

ANDERSON, J. L. **Punching of Concrete Slabs with Shear Reinforcement**. Royal Institute of Tecnology, Bulletin No 212, KTH Estocolmo. Suíça, 1963.

ANDERSON, J. L. **Punching of Concrete Slabs with Shear Reinforcement**. Royal Institute of Technology, Bulletin, No. 212, KTH Stockholm, Sweden, 1963.

ANIS, N. A. **Resistência ao cisalhamento de lajes lisas de concreto armado sem armadura de cisalhamento**. Tese (Doutorado) - Imperial College, Londres, 1970.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TECNICAS NBR 6118. **Concreto para fins estruturais – Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência.** Rio de Janeiro, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TECNICAS NBR 6118. **Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento.** Rio de Janeiro, 2023.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118. **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento.** Rio de Janeiro, 2023.

BAZANT, Z. P. (1984). **Size Effect in Blunt Fracture: Concrete, Rock, Metal.** Journal of Engineering Mechanics, ASCE, V. 110, No.4, Apr. 1984, pp. 518-535.

BELLETTI, Beatrice; DAMONI, Cecilia; DE BOER, Ane; HENDRIKS, A.N. Analytical and numerical evaluation of the design shear resistance of reinforced concrete slabs. **Structural Concrete**, Berlim, v. 15, n. 3, p. 317-330, 2014.

BEUTEL, R.; HEGGER, J. The effect of anchorage on the effectiveness of the shear reinforcement in the punching zone. **Cement And Concrete Composit**, v. 24, n. 6, p. 539-549, 2002.

BRANTSCHEN, F. **Influence of bond and anchorage conditions of the shear reinforcement on the punching strength of RC slabs.** 2016. Tese - École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2016.

BROMS, C. E. **Concrete Flat Slabs and Footings: Design Method for Punching and Detailing for Ductility.** Tese (Pós Doutorado) - Department of Civil and Architectural Engineering, Division of Structural Design and Bridges, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2005.

BRUJIĆ, Z.; KUKARAS, D.; FOLIĆ, R.; ALI, S.; ČEH, A. Punching shear strength of eccentrically loaded RC flat slabs without transverse reinforcement. **Gradevinar 70**, 2018.

BURSAĆ, S.; BESEVIC, M.; PURCAR, M. V.; KOZARIC, L.; DURIC, N. Experimental analysis of punching shear strength of eccentrically loaded slab with the opening along the face of the internal column. **Engineering Structures**, v. 249, 2021.

CAVAGNIS, F.; RUIZ, M. F.; MUTTONI, A. Shear failures in reinforced concrete members without transverse reinforcement – an analysis of the critical shear crack development on the basis of test results. **Engineering Structures**, v. 103, p. 157-173, 2015.

CEN EN 1992-1-1:2004/prA1:2013. **Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1 General rules and rules for buildings**. Brussels, Belgium. 2014.

CEN FprEN 1992-1-1. **Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings, Bridges and Civil Engineering Structures**. Final Draft. 2023.

CERVENKA, V. **ATENA Program Documentation Part 1 – Theory**. CERVENKA CONSULTING, 2021.

CORDOVIL, F. A. B. **Punção em Placas de Concreto Armado**. Tese (Doutorado), Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1995.

COUTINHO, H. B.; NOGUEIRA, G. S. e OLIVEIRA, A. B. **Vistoria Técnica Referente ao Desabamento da Estrutura da Laje PUC/Lazer do Condomínio do Residencial Grand Parc**. Relatório de Vistoria Técnica Estrutural, Vitória, 2016.

CRISFIELD, M. A.; WILLS, J. The analysis of reinforced concrete panels using different concrete models. **Jour. of Engng. Mech.**, ASCE, Vol 115, No 3, March: pp.578-597, 1989.

DIAO, M.; LI, Y.; GUAN, H.; YANG, Z.; GILBERT, B. P.; WANG, J. Pre- and post-punching performances of eccentrically loaded slab-column joints with in-plane restraints. **Engineering structures**, v. 248, 2021.

DRAKATOS, I. S.; MUTTONI, A.; BEYER, K. Mechanical model for drift-induced punching of slab-column connections without transverse reinforcement. **ACI Structural Journal**, 2016.

EINPAUL, J., RUIZ, M. F.; MUTTONI, A. 2018. **Measurements of internal cracking in punching test slabs without shear reinforcement**. Magazine of Concrete Research, v. 70, n. 15, p. 798–810, 2018.

EINPAUL, J.; OSPINA, C. E.; RUIZ, M. F.; MUTTONI, A. Punching shear capacity of continuous slabs. **ACI Structural Journal**, v. 113, n. 4, 2016.

ELGABRY, A. A.; GHALI, A. Ensaios em ligações laje-pilar de concreto com armadura de cisalhamento submetida à transferência de momento cortante. **ACI Structural Journal**, 1987.

ELIGEHAUSEN, R., VOCKE, H., CLAUSS, A., FURCHE, J., BAUERMEISTER, U. Neue Durchstanzbewehrung für Elementdecken. **Beton und Stahlbetonbau**, v. 98, n. 6, 2003.

EL-MANDOUEH, M. A.; EL-HASSAN, K. A. Cyclic behavior of high strength lightweight concrete slab-edge column connections with and without openings. **Case Studies in Construction Materials**, v. 16, 2022.

EL-NAQEEB, M. H.; ABDELWAHED, B. S. Numerical assessment of punching shear strength of eccentrically loaded footings with nonconventional shear reinforcement. **Structures**, v. 49, p. 716–729, 2023.

EL-NAQEEB, M. H.; ABDELWAHED, B. S. Numerical investigations on punching shear behavior of eccentrically loaded reinforced concrete footings. **Engineering structures**, v. 279, 2023.

EL-SALAKAWY, E. F.; POLAK, M. A.; SOLIMAN, M. H. Slab-column edge connections subjected to hight moments. **Can. J. Civ. Eng.**, vol. 25, 1998.

ELSTNER, R. C., HOGNESTAD, E. Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs. **Journal of the American Concrete Institute**, v. 53, n. 1, 1956.

FAULKES, K. A. **The design of flat slab structures - An historical survey**. University of New South Wales, Australia, 1974.

FELICIANO, F. M. H. **Punção em lajes lisas de concreto armado com pilares de borda e excentricidade externa.** Tese (Doutorado), Univ. Brasília, Brasília, 2011.

FERREIRA, M. P. **Punção em lajes lisas de concreto armado com armaduras de cisalhamento e momentos desbalanceados.** Tese (Doutorado em Estruturas e Construção Civil) – Universidade de Brasília, Brasília, 2010.

FERREIRA, M. P.; OLIVEIRA, M. H.; MELO, G. S. S. A. Tests on the punching resistance of flat slabs with unbalanced moments. **Engineering Structures**, v. 196, 2019.

*fib* MODEL CODE 1990. **Model Code 1990: Model code for concrete structures 1990.** Lausanne: Special Activity Group 5, 1992.

*fib* MODEL CODE 2010. **Model Code 2010: Model code for concrete structures 2010.** Lausanne: Special Activity Group 5, 2013.

*fib* MODEL CODE 2020. **Model Code 2020: Model code for concrete structures 2020.** Lausanne, 2023.

FURCHE, J., SIBURG, C., BAUERMEISTER U. Highly Effective Lattice Punching Shear Reinforcement. **ACI Publicação Especial**, v. 321 p. 1-12, 2017.

GARDNER, N. J.; HUH, J.; CHUNG, L. Lessons from the Sampoong department store colapse. GASPARINI, D. A. Contributions of C. A. P. Turner to Development of Reinforced Concrete Flat Slabs 1905-1909,” **Journal of Structural Engineering**, ASCE, v. 128, n. 10, p. 1243-1252, 2002.

GOMES, R. B. **Punching resistance of reinforced concrete flat slabs with shear reinforcement.** PhD Thesis. The Polytechnic of Central London. London, 1991.

GOODCHILD, C. Rationalisation of flat slab reinforcement. **Research Focus**, n. 44, p. 10, 2001.

GOUDA, A.; EL-SALAKAWY, E. Punching Shear Strength of GFRP-RC Interior Slab-Column Connections Subjected to Moment Transfer. **J. Compos. Constr.**, 2016.

GUANDALINI, S. **Poinçonnement symétrique des dalles en béton armé.** Tese (Doutorado) - École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), 2005.

GUANDALINI, S.; BURDET, O. L.; MUTTONI, A., Punching Tests of Slabs with Low Reinforcement Ratios. **ACI Structural Journal**, 2009.

HAEUSLER, F. S. **Zum maximalen Durchstanzwiderstand von Flachdecken mit und ohne Vorspannung.** Dissertação (Mestrado), 2009.

HANSON, N. W.; HANSON, J. M. Shear and Moment Transfer Between Concrete Slabs and Columns. **Journal PCA Research and Development Laboratories**. v. 10, n. 1, p. 2-16, 1968.

HAWKINS, N. M.; BAO, A.; YAMAZAKI, J. Transferência de momentos de lajes de concreto para pilares. **ACI Structural Journal**, 1989.

HAWKINS, N. M.; CORLEY, W. G. Moment Transfer to Columns in Slabs with Shearhead Reinforcement. Shear in Reinforced Concrete, **American Concrete Institute**, 1974.

Hawkins, N.M.; Falssen, H.B.; Hinojosa, R.C. Influence of column rectangularity on the behaviour of flat plate structures. **ACI Special Publication**, v. 30, p. 172-146, 1971.

HEGGER, J.; SHERIF, A. G.; KUERES, D.; SIBURG, C. Efficiency of Various Punching. **ACI Structural Journal**, v. 114, v. 3., p. 631-642, 2017.

HORDIJK, D.A. Tensile and tensile fatigue behaviour of concrete — experiments, modelling and analyses. **HERON**, v. 37, 1992.

INÁCIO, M. M. G.; ALMEIDA, A. F. O.; FARIA, D. M. V.; LUCIO, V. J. G.; RAMOS, A. P. Punching of high strength concrete flat slabs without shear reinforcement. **Engineering Structures**, v. 103, p. 275–284, 2015.

KAMARALDIN, K. **Punção e transferência de momento em lajes lisas de concreto armado.** Tese (Doutorado) - Politécnico do Centro de Londres, 1990.

KINNUNEN S. **Försök med betongplattor understödda av pelare vid fri kant.** Report R2, Statens Institut för Byggnadsforskning, Stockholm, 1971.

KRUGER, G. **Resistance au poinçonnement excentré des planchers-dalles.** Tese (Doutorado) – Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, Lausanne, Suíça, 1999.

MAMEDE, Nuno F. Silva; FARIA, Duarte M. V.; RAMOS, A. Pinho. Experimental and parametric 3D nonlinear finite element analysis on punching of flat slabs with orthogonal reinforcement. **Engineering Structures**, v. 48, p. 442-457, 2013.

MANSOUR, W.; LI, W.; GHALLA, M.; BADAWI, M.; EL-ZAREEF, M. A. Improving the punching capacity of two-way RC flat slabs via external strengthening using various configurations of aluminum sheets. **Construction and building materials**, v. 420, 2024.

MARZOUK, H.; EMAM, M.; HILAL, M. S. Efeito da laje de concreto de alta resistência no comportamento das ligações laje-pilar. **ACI Structural Journal**, 1998.

MARZOUK, H.; EMAM, M.; SAMEH, M. Efeito de pilares de concreto de alta resistência no comportamento de ligações laje-pilar. **ACI Structural Journal**, 1996.

MAUÉS, F. P. **Análise não linear da resistência à punção de lajes de concreto armado com armadura de cisalhamento.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Pará, 2019.

MELO, G. S. S. A. **Behavior of Reinforced Concrete Flat Slabs after Local Failure.** 1990. Tese - Polytechnic of Central London, London, England, 1990.

MENDES, R. P.; MESQUITA, L. C.; FERREIRA, M. P.; TRAUTWEIN, L. M.; MARVILA, M. T.; MARQUES, M. G. Numerical evaluation of the punching shear strength of flat slabs subjected to balanced and unbalanced moments. **Buildings**, v. 14, n. 4, p. 985, 2024.

MENETREY, Philippe., **Numerical analysis of punching failure in reinforced concrete structures.** PhD Thesis. Department of Civil Engineering, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Switzerland, 1994, 177 pp.

MILLIGAN, G. J.; POLAK, M. A.; ZURELL, C. Finite element analysis of punching shear behaviour of concrete slabs supported on rectangular columns. **Engineering structures**, v. 224, 2020.

MOE, J. **Resistência ao cisalhamento de lajes e sapatas de concreto armado sob cargas concentradas**. Boletim D47 do departamento de desenvolvimento. Associação de Cimento Portland, 1961.

MOSTOFINEJAD, D.; JAFARIAN, N.; NADERI, A.; MOSTOFINEJAD, A.; SALEHI, M. Effects of openings on the punching shear strength of reinforced concrete slabs. **Structures**, v. 25, p. 760–773, 2020.

MUELLER, F. X., MUTTONI, A., THURLIMANN, B. **Durchstanzversuche an Flachdecken mit Aussparungen**. IBK – Bericht (ETHZ), Institut für Baustatik und Konstruktion der ETH Zürich, Birkhäuser Verlag. Zürich, Switzerland, 1984.

MUTTONI, A. Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement. **ACI Structural Journal**, v. 105, n. 4, 2008.

MUTTONI, A.; RUIZ, M. F. R. Performance and design of punching shear reinforcing systems. **fib International Congress**, 2010.

NARASIMHAN, N. **Shear reinforcement in reinforced concrete column heads**. Tese (Doutorado) - Universidade de Londres, Londres, 1971.

NAVARRO, M.; IVORRA, S.; VARONA, F.B. Parametric computational analysis for punching shear in RC slabs. **Engineering Structures**, v.165, p. 254-263, 2018.

OLIVEIRA, D. C. **Punção em Lajes Lisas Concreto Armado com Furo Adjacente ao Pilar e Transferência de Momento**. Dissertação (Mestrado), Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, 2012.

OLIVEIRA, D. R. C.; MELO, G. S.; REGAN, P. E. Punching strengths of flat slabs with vertical or inclined stirrups. **ACI Structural Journal**, v .97, n. S52, p. 485-491, 2000.

OLIVEIRA, M. H. **Punção em lajes lisas com armadura de cisalhamento submetidas a carregamento excêntrico e apoiadas sobre pilares retangulares.** Tese (Doutorado em Estruturas e Construção Civil) – Universidade de Brasília, Brasília, 2013.

PANAHI, H.; GENIKOMSOU, A. S. Comparative evaluation of concrete constitutive models in non-linear finite element simulations of slabs with different flexural reinforcement ratios. **Engineering Structures**, v. 252, 2022.

PARK, H.; AHN, K. S.; CHOI, K. K.; CHUNG, L. Lattice shear reinforcement for slab-column connections. **ACI Structural Journal**, v. 104, n. 4, p. 294-303, 2007.

PEREIRA FILHO, M. J. M. **Avaliação dos Métodos Normativos para Previsão da Resistência à Punção de Lajes sem Armadura de Cisalhamento e com Conectores de Aço.** Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2016.

PEREIRA FILHO, M. J. M. **Resistência à punção de lajes lisas armadas ao cisalhamento com estribos treliçados pré-fabricados.** Tese (Doutorado em Estruturas e Construção Civil) – Universidade de Brasília, Brasília, 2020.

REGAN, P. E. **Behavior of Reinforced Concrete Flat Slabs.** Report 89. Construction Industry Research and Information Association (CIRIA). Londres, Inglaterra, 1981.

REGAN, P. E. **Shear Reinforcement of Flat Slabs.** International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs - Proceedings, TRITA-BKN, Bulletin 57, p. 99-107, 2000.

REGAN, P. E.; SAMADIAN, F. Shear Reinforcement against Punching in Reinforced Concrete Flat Slabs. **The Structural Engineer**, v. 79, n. 10, p. 24-31, 2001.

ROTS, J. G. and Blaauwendraad, J. Crack models for concrete: discrete or smeared? fixed, multi-directional or rotating. **HERON**, V. 34, No. 1, 1989.

RUIZ, M. F.; MIRZAEI, Y.; MUTTONI, A. Post-punching behavior of flat slabs. **ACI Structural Journal**, v. 110, n. 5, 2013.

SAGASETA J., MUTTONI A., FERNÁNDEZ RUIZ M., TASSINARI L., Non-axisymmetric punching shear around internal columns of RC slabs without transverse reinforcement. **Magazine of Concrete Research**, p. 17, 2011.

SAGASETA, J.; TASSINARI, L.; RUIZ, M. F.; MUTTONI, A. Punching of flat slabs supported on rectangular columns. **Engineering structures**, v. 77, p. 17–33, 2014.

SANTOS, J. B.; SOUZA, R. M.; MELO, G. S.; GOMES, R. B. Investigating punching shear in slabs with unbalanced moments and openings. **Engineering Structures**, v. 299, 2024.

SCHMIDT, P.; KUERES, D.; HEGGER, J. Punching shear behavior of reinforced concrete flat slabs with a varying amount of shear reinforcement. **Structural Concrete**, v. 21, n. 1, p. 235–246, 2020.

SETIAWAN, A.; VOLLM, R. L.; MACORINI, L.; IZZUDDIN, B. A. Punching of RC slabs without transverse reinforcement supported on elongated columns. **Structures**, v. 27, p. 2048–2068, 2020.

SETIAWAN, A.; VOLLM, R. L.; MACORINI, L.; IZZUDDIN, B. Efficient 3-D modelling of punching shear failure at slab-column connections by means of nonlinear joint elements. **Engineering Structures**, v. 197, 2019.

Shear Reinforcement Systems for Flat Slabs. **ACI Structural Journal**, v. 114, v. 3., p. 631–642, 2017.

SHEHATA, I. A. E. M. Punção Assimétrico em Lajes de Concreto. Anais do Coloquio 88, **Jornadas en Espanol y Portugues sobre Estruturas y Materiales**, V. 4, 1988.

SHERIF, A.; EMARA, M. B.; HASSANEIN, A.; MAGD, S. A. Effect of the column dimensions on the punching shear strength of edge column-slab connections. **Punching Shear in Reinforced Concrete Slabs, ACI Special Publication 232**, 2005.

SHU, Jiangpeng; FALL, David; LUNDGREN, Karin; PLOS, Mario; ZANDI, Kamyab. Development of modelling strategies for two-way RC slabs. **Engineering Structures**, v. 101, p. 439-449, 2015.

SIBURG, C.; HEGGER, J.; FURCHE, J.; BAUERMEISTER, U., Punching Shear Reinforcement for Semi Precast Slabs According to Eurocode 2. **Beton und Stahlbetonbau**, v. 109, n. 3, p. 170-181. 2014.

SIMÕES, J. T.; RUIZ, M. F.; MUTTONI, A. Validation of the Critical Shear Crack Theory for punching of slabs without transverse reinforcement by means of a refined mechanical model. **Structural Concrete**, v. 19, p. 191–216, 2018.

SOUZA, R. M. **Punção em lajes lisas de concreto armado com furos adjacentes ao pilar e transferência de momento**. Tese (Doutorado), Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2008.

STAMENKOVIC, A.; CHAPMAN, J. C. Resistência local em cabeceiras de pilares em lajes lisas submetidas a carregamentos verticais e horizontais combinados. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers**, 1974.

STEIN, T.; GHALI, A.; DILGER, W. Distinção entre modos de ruptura por punção e flexão de placas planas. **ACI Structural Journal**, 2007.

TASSINARI, L. **Asymmetric punching of R/C slabs with shear reinforcement (in French: Poinçonnement asymétrique des dalles en béton armé avec armature de poinçonnement)**. Tese (Doutorado) - EPFL N. 5030, Lausanne, Switzerland, p. 197, 2011.

TENG, S.; CHEONG, H. K.; KUANG K. L.; CHENG, J. Z. Punching shear strength of slabs with openings and supported on rectangular columns. **ACI Structural Journal**, v. 101, n. 5, p. 678–87, 2004.

TORABIAN, A.; ISUFI, B.; MOSTOFINEJAD, D.; RAMOS, A. P. Behavior of thin lightly reinforced flat slabs under concentric loading. **Engineering Structures**, v. 196, 2019.

TRAUTWEIN, L. M.; BITTENCOURT, T. N.; GOMES, R. B.; BELLA, J. C. D. Punching strength of flat slabs with unbraced shear reinforcement. **ACI Structural Journal**, v. 108, n. 2, 2011.

UNGERMANN, J.; SCHMIDT, P.; CHRISTOU, G.; HEGGER, J. Eccentric punching tests on column bases - Influence of column geometry. **Structural Concrete**, v. 23, p. 1316-1332, 2022. URBAN, T. **Nosnosc na przebiecie w aspekcie proporcji bokow slupa**. Badania Doswiadczone Elementow I Konstrukcji Betonowych, 1994.

VAN MIER, J. G. M. Multi-axial strain-softening of concrete, Part I: fracture, Part II: load-histories. **Materials and Structures**, RILEM, 19: pp. 179-191, 1986.

VANDERBILT, M. D. Shear strength of continuous plates. **Journal of The Structural Division**, p. 961-973, 1972.

VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. **ACI Structural Journal**, 83(2): pp. 219–231, 1986.

WENG, Y. H.; QIAN, K.; FU, F.; FANG, Q. Numerical investigation on load redistribution capacity of flat slab substructures to resist progressive collapse. **Journal of Building Engineering**, v. 29, 2020.

WOOD, J. G. M. Pipers Row Car Park – Wolverhampton Quantitative Study of the causes of the Partial Collapse on 20th March 1997. **The Concrete Society**, v. 37, n. 9, p. 29-31, 1997.

ZAGHLOOL, E. R. F. **Strength and behavior of corner and edge column-slab connections in reinforced concrete flat plates**. Ph.D. dissertation, Dept. Civ. Eng., Univ. Calgary, 1971.

ZHENG, B.; ZHENG, W.; WANG, L.; ZHANG, Y. Effect of column size on punching behavior of flat slabs with square columns: Numerical investigation. **Journal of Building Engineering**, v. 79, 2023.